

A jegyzet az órán elhangzottak rövid, tömör összefoglalója. A szövegben vastag betű jelzi azokat a fogalmakat, melyek a számonkérésnél szóbajöhetnek, ezeket részben az alábbi lista összegzi.

Aki a jelen jegyzetnél részletesebb leírásra vágyik, további magyarázatokat talál Tarnóczy Tamás: Zenei Akusztika c. könyvében, mely a zenei könyvtárban megtalálható. A vizsgán elegendő a jegyzetben foglaltak ismerete.

1. Rezgések és hullámok

harmonikus rezgőmozgás
(amplitúdó, periódusidő, frekvencia)
csillapodó rezgések
kényszerrezgések, rezonancia
rezgések összeadása, felbontása - Fourier-tétel
hangspektrumok, harmonikus felhangspektrum
hullámhossz, frekvencia, terjedési sebesség
Huygens-Fresnel elv
hullámok visszaverődése, törése,
interferencia
állóhullámok

2. Hangkeltő eszközök

módusok és sajátfrekvenciák
húrok, Mersenne-törvény
membránok, lemezek, módusaik
légoszlopok rezgései
állóhullámok létrejötte (nyomás- és sebesség-
diagramokkal)
nyitott és félig zárt csövek összehasonlítása
Rezonátorok, Helmholtz-rezonátor

3. Hangok

hangtér, hangnyomás, hangáram,
akusztikai impedancia
hangintenzitás, hangteljesítmény
decibel-skála

4. Teremakusztika

Elnyelődés, hanggátlás,
utószög, utószögi idő
hangversenytermek jellemzői

5. Hallás

hallószerv részei és funkcióik
fülkagyló, külső hallójárat, dobhártya,
hallócsontok, csiga, ovális és kerek ablak,
alapmembrán, Corti-szerv, szőrsejtek, Békésy-
hullám, frekvencia és intenzitás érzékelése

6. Hangosság

Weber-Fechner törvény
hallástartomány
egyenlő hangosságú görbék
phon- és son-skála
elfedés

7. Hangmagasság

frekvenciaskála, érzékelhetőség határai,
hangközök, cent fogalma
mel-skála
különbségi küszöb
kritikus hallási sávok, Bark
oktávterpeszkesedés

8. Irány- és időérzékelés

Az irányérzékelés összefüggése időérzékünkkel.
precedencia-effektus, Haas-effektus

9. Hangszín, harmónia

Hangszín fizikai háttere (hangspektrum)
formánsok és magánhangzók
időbeli ingadozások - vibrato, tremolo
virtuális spektrumkomponensek
hiányzó alaphang
lebegés
kombinációs hangok
konszonzancia - disszonzancia

10. Zenei hangrendszerek

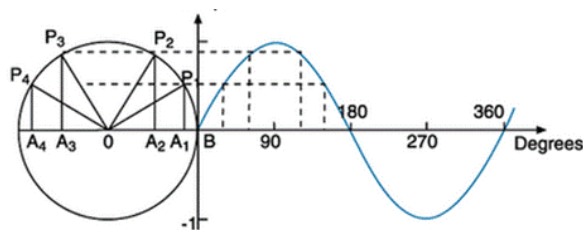
hangközök fogalma
pythagorasi diatonikus hangsor
pythagorasi komma, didymosi komma
aristoxenosi diatonikus hangsor
középtemperált hangsor
egyenletesen temperált (12 fokú) hangsor
a félhang és a cent frekvenciaaránya

1. Rezgések és hullámok

REZGÉSEK

Harmonikus rezgőmozgás - az $y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ egyenlettel leírható mozgás, vagy szinuszrezgés. Itt az y egy nyugalmi helyzettől való kitérést jelent, az A a kitérés nagyságát (amplitúdóját), az ω a körfrekvenciát, t az időt, az ωt szorzat azt a szöveget jelenti, melyet az ábrán látható kör sugara bezár a vízszintessel t pillanatban, a φ egy konstans szögérték (fázisszög).

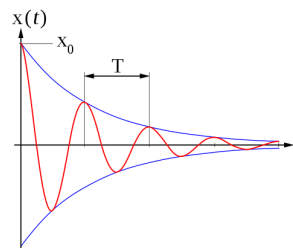
Az ábrán látható hullámvonalat szinuszgörbének nevezzük. Ennek a vízszintes tengelytől való eltérése az **amplitúdó**. Ha a görbe időbeli ingadozást ír le, akkor a hullám hosszát T **periódusidő**nek (egysége: sec), ennek reciprokát pedig ν frekvenciának (egysége 1/sec, vagy Hz - Hertz) nevezzük, a **frekvencia** az egy másodperc alatt végzett rezgések száma.



1.1. ábra Szinuszgörbe

A természetben akkor jöhet létre szabályos rezgés, ha valamilyen nyugalmi helyzettől vagy értéktől való kitérés ellenkező irányú ellenerőt kelt és az visszafordítja a folyamatot. Ez történik az ingánál a gravitáció hatására, vagy a hangszerekben a rugalmas ellenerők révén (húrokban, lemezekben). A levegőben keletkező hullám forrása a légnyomáskülönbségek kiegyenlítődése, tehát a levegő is rugalmas közeg.

Csillapodó rezgések – valós fizikai körülmények között (hangszerekben, levegőben) minden rezgés csillapodik a közegben fellépő súrlódási hatások révén, melyek felemésztik a mozgás energiáját. Az ábrán a harmonikus rezgőmozgás amplitúdóját egy aszimptotikus görbe a nullához közelíti. Az akusztikából ismerős jelenség: a zongorahang elhalkulása.

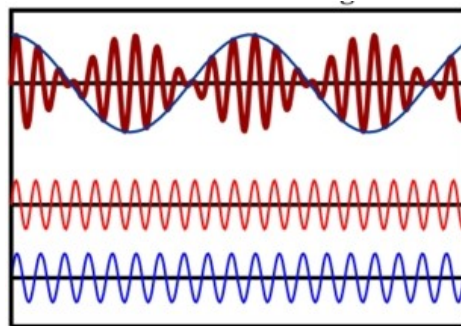


1.2 ábra csillapodó rezgések

Csatolt rezgések - ha két rezgő rendszer között energiaátadás lehetséges, akkor ez periodikusan oda-vissza megtörténik. A legegyszerűbb példa két inga, melyek között egy rugó teremt kapcsolatot. A két inga kilengéseinek mértéke váltakozzik. Hangszerek részei között is felléphet, pl az azonos magasságra hangolt zongorahúrok között.

Kényszerrezgések, rezonancia - Egy külső periodikus hatás rezgésbe hozhat egy rendszert, ezt kényszerrezgésnek hívjuk, a rendszer egy rá jellemző frekvencián, az ún **sajátfrekvencián** fog rezegni. Ha a külső hatás frekvenciája megegyezik a rendszer sajátfrekvenciájával, akkor lesz a kikényszerített rezgés amplitúdója a legnagyobb, ez a rezonancia jelensége (órai példa: Tacoma-híd). A rezonancia rendkívül fontos a hangszerakusztikában, időnként kihasználjuk (marimba), máskor viszont igyekszünk csökkenteni, ha kiküszöbölni nem is tudjuk (hangsugárzó felületek).

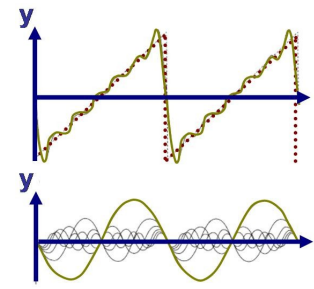
Rezgések összetevése Ha egy tömegpontra két független rezgés hat, akkor ezek irány és nagyság szerint (vektoriálisan) összegződnek, ez a szuperpozíció elve. Egy fontos zenei példa a **lebegés**, ekkor két közeli frekvenciájú rezgés eredményeként a két frekvencia különbségével ingadozó hangintenzitást érzékelünk. A zongorahangolók addig feszítik egy húrpár egyik tagját, amíg ez az ingadozás el nem tűnik, mert akkor egyenlő a két húr frekvenciája. Az ábra alsó két sorában két közeli frekvenciájú rezgés látható, a felső sorban a szuperpozíciójuk. Figyeljük meg, hogy a felső görbe szélső értékeinél a két alsó görbe azonos fázisú, míg nulla értékeinél ellentétesek.



1.3 ábra rezgések összeadódása

Fourier tétele – minden periodikus rezgés felbontható tiszta szinuszos rezgések összegére.

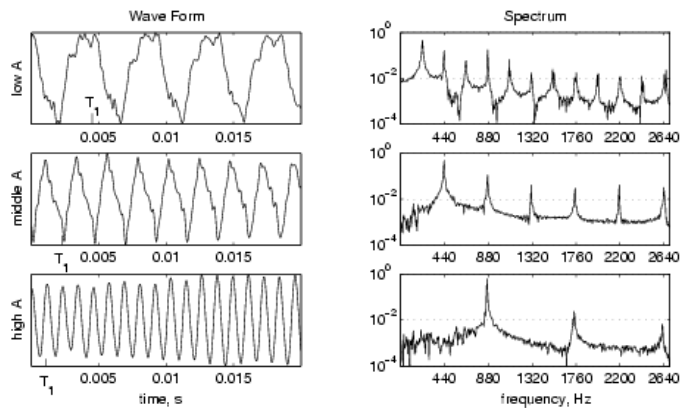
Az 1.4 ábra alsó része hat különböző frekvenciájú és amplitúdójú szinuszgörbét mutat, a felső pedig ezek összegét, mely egy fűrészfog-rezgést közelít. A közelítés pontossága további szinuszos komponensekkel tovább javítható. Érdekes pontról pontra követni az alsó komponensek és a felső összeg kapcsolatát. A fő szinuszos komponens (az alaphang) zölddel van jelölve, a többiek a felhangok, vagy felharmonikusok.



1.4. ábra

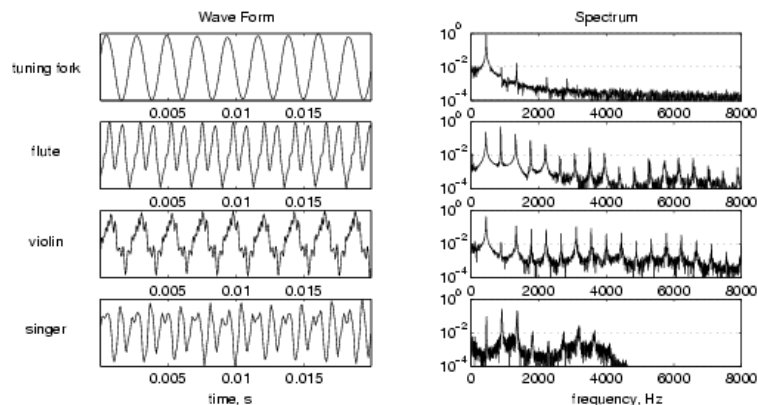
Hangspektrumok – a zenei hangok mindig több, különböző frekvenciájú összetevőből állnak. A különböző frekvenciájú összetevők intenzitás szerinti eloszlását hangspektrumnak nevezzük.

Az ábra a zongorán megszólaltatott kis *a*, egyvonalas *a*, és kétvonalas *a* hangok hullámformáját (balra) és spektrumát (jobbra) mutatja. A spektrumokon azoknál a frekvenciaértékeknél vannak csúcsok, melyek a három alaphang frekvenciáinak (220, 440 és 880 Hz) egész számú többszörösei. Az ilyeneket nevezzük harmonikus spektrumnak.



1.5 ábra

Ez az ábra a hangvilla, fuvola, hegedű és énekhang egyvonalas a hangjához tartozó hullámformát és spektrumot mutatja. Az alsó három spektrum harmonikus. Az énekhang spektrumán látható két hullám, az első és második formáns, melyeket az énekhang akusztikájánál tárgyaltunk.



1.6 ábra

HULLÁMOK

Ha egy közeg egy pontjának fizikai jellemzője eltér a nyugalmi értéktől és ezzel szemben a közeg rugalmas ellenerőt fejt ki, akkor ez az eltérés - mint zavar – tovaterjed a közegre jellemző sebességgel.

Típusai – a hullám lehet torziós, transzverzális és longitudinális. A hanghullámok longitudinálisak, vagyis a közeg részecskéinek elmozdulása a hullámterjedés irányában történik.

A hullám jellemzésére a térbeli **hullámhossz** (λ , mértékegysége m) és az időbeli **frekvencia** (ν , mértékegysége 1/s) használatos. A közegre jellemző **terjedési sebességgel** (c , egysége m/s) a következő az összefüggésük:

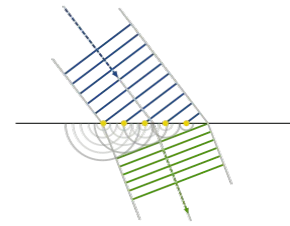
$$c = \lambda \cdot \nu \quad (1.1)$$

A hanghullámok terjedési sebessége 0 Celsius fokú, normális nyomású és nedvességtartalmú levegőben

$$c = 331,5 \text{ m/sec.}$$

A hullám egyenlete $y = A \cdot \sin[\omega(t-x/c) + \varphi]$ alakban írható fel, ahol c a hullám terjedési sebessége és x a terjedés távolsága. A kifejezés az x/c hányados által megadott időintervallum segítségével tetszőleges x pontban megadja a kitérés mértékét.

Huygens-Fresnel elv – Huygens szerint a hullámfrontok minden pontja elemi gömhullámok kiindulópontja és ezek eredőjeként jön létre a hullámfront terjedése. A Fresnel-féle pontosítás fizikailag korrektebb, de Huygens elve szemléletes magyarázatot kínál terjedési sajátosságokra. A hullámok irányának megtörése két különböző terjedési sebességű közeg határán a jobboldali ábrán érthető meg az elv révén. Az alsó térképben időegység alatt keletkező elemi gömhullámok kisebbek, mint a nagyobb terjedési sebességű felső térképben.



1.7 ábra Huygens elve törésnél

Interferencia – ha két hullámforrás rezgései között állandó a fáziskülönbség, akkor az általuk keltett hullámok a térben periodikus mintázatokat hoznak létre, ez az interferencia. A mintázat maximum/minimum helyei ott vannak, ahol a hullámok úthosszkülönbségei a félhullámhossz páros/páratlan számú többszörösei, ezeken a helyeken a beérkező hullámok erősítik/kioltják egymást.

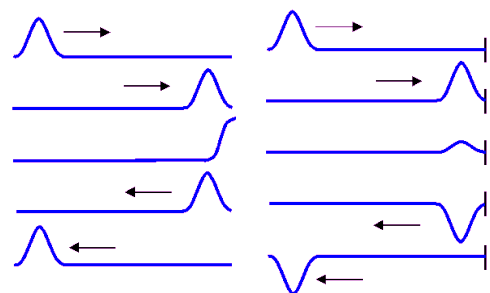


A baloldali kép a Huygens-elv ábrázolása mellett azt mutatja, hogy a falhoz érkező síkhullám a két nyílásnál két gömhullám forrása lesz és ezek találkozásából erősítési és kioltási helyek mintázata jön létre, amint azt a középső ábra is érzékelteti. A jobboldali ábrán egy hangvilla két ága által kibocsátott hullámok interferenciamintázata látható, aminek az az oka, hogy a két ág ellentétes fázisban rezeg. Mindenki próbálja ki: ha megüti a hangvillát és elforgatja a füle mellett, akkor a hangintenzitás ingadozását fogja tapasztalni, mivel a különböző szögeknél erősítés illetve kioltás jön létre (órán kiprobáltuk).

A jelenség egyik érdekes következménye pl. az, hogy ha sztereo berendezések egyik hangszóróját tévesen kötjük be, akkor a kisugárzott hullámok ellentétes fázisúak lesznek és a másik hangszóróból jövő jelekkel interferálva jelentősen legyengítik a hallható hangot.

Állóhullámok Ha az interferencia révén létrejövő mintázat térbeli helyzete időben állandó, akkor állóhullámokról beszélünk. A zenei hangok keltéséhez a hangszer valamely részében állóhullámoknak kell létrejönniük, melyek a levegővel való kapcsolat révén kisugárzódnak.

Hullámok visszaverődése – ha egy hullám eléri egy közeg határához, ahol megváltoznak a terjedés feltételei (pl. a hangsebesség, vagy az ún. akusztikai impedancia, ld. 3. előadás), akkor a hullám egy része továbbhalad – ha tud – más része pedig visszaverődik. A visszaverődés fázisa attól függ, hogy a közeg határa szabad, vagy rögzített véget jelent. Az alábbi ábrán a baloldali rajz a szabad véget mutatja, a beérkező hullám ugyanolyan kitérésű hullámként verődik vissza. A jobboldali (rögzített végű) esetben a visszavert hullám kitérése ellenkező előjelű. A különbség fontos a hangszerekben létrejövő állóhullámoknál.



1.8 ábra hullámok visszaverődése szabad és rögzített végén.

2. Hangkeltő eszközök

Hangkeltésre olyan fizikai egységek alkalmasak, melyek anyaga rugalmas, tehát valamilyen kitéréssel szemben ellenerőt tanúsítanak, széleikről a zavar visszafordul az egység belseje felé, az újabb érkező zavarral interferálva állóhullámot hoz létre, e hullám egy része kicsatolódik a környező közegbe, ahol periodikus zavarként tovaterjedve hangélményt okoz. E fizikai egységek a következők lehetnek: húrok, rudak, lemezek, légoszlopok. Ezek különböző anyagú, geometriájú és gerjesztési módú esetei különböztetik meg a hangszereket.

Módusok és sajátfrekvenciák - módusnak nevezzük egy hangkeltő eszköz rezgéseinek geometriáját, vagyis az ún. csomópontoknak vagy csomóvonalaknak a struktúráját, melyek elválasztják egymástól a rezgő test ellentétes fázisban oszcilláló tartományait.

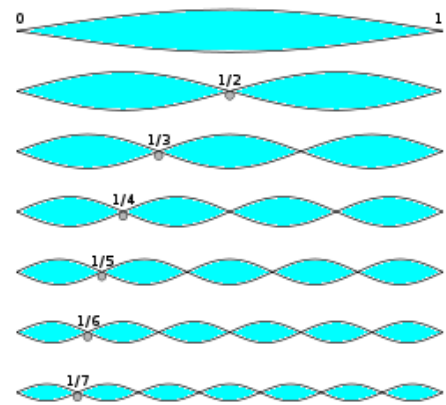
Húrok

Húrnak nevezzük a hosszához képest elhanyagolhatóan vékony, mindkét végén befogott és megfeszített rugalmas szálát. Fő rezgési módja transzverzális (a kitérés merőleges a húr irányára). Gerjesztése során több különböző rezgést végez, melyek frekvenciáit a **Mersenne-törvény** adja meg:

$$f_n = \frac{n}{2l} \left(\frac{F}{q\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.1)$$

Ahol n egész számok sorozatát jelenti ($n=1,2, \dots$), l a húr hossza, F a feszítőerő, q a húr keresztmetszetének területe és ρ a húr anyagának sűrűsége. Szavakban: az n -edik számú rezgés frekvenciája n -szerese egy alapfrekvenciának, mely fordítottan arányos a húr hosszával (a hosszabb húr mélyebb hangot ad ki), továbbá nagyobb feszítőerőhöz magasabb hang, nagyobb keresztmetszetű ill. sűrűségű húrhoz alacsonyabb hang tartozik. Az alapfrekvencia nem ez utóbbi három mennyiség zárójelben szereplő kifejezésével, hanem annak négyzetgyökével arányos (amint emlékszünk, az $\frac{1}{2}$ -ik hatvány a négyzetgyököt jelöli). A $q\rho$ -szorzat egyébként az egységnyi hosszúságú húrszakasz tömegét adja meg. A képlet jelentését érdemes végiggondolni az ismert hangszerek különböző magasságú húrjainak összehasonlításával és hangolási tapasztalatainkkal.

A húrok lehetséges rezgéseinek sorozata igen kedvező zenei szempontból, amint (2.1)-ből látható, ezek frekvenciái egy alaprezgés frekvenciájának egész számú többszörösei. Ezeket az együttes rezgéseket nevezzük **harmonikus felhangspektrum**-oknak, az ilyenekhez kapcsolódik hangmagasság-érzésünk is. A 2.1 ábrából látható, hogy a lehetséges rezgések mind olyanok, hogy a húr két végének (nyilvánvalóan) rögzítettnek kell lenni, a két végpont közötti távolság pedig egyenlő hosszúságú szakaszokból áll, melyekben a szomszédos szakaszok ellentétes fázisban rezegnek. Az alaphangnak nincs csomópontja, az elsőnek egy van és í.t. Az, hogy egy felhang megszólal-e, attól is függ, hogy hol történt a húr gerjesztése, ha olyan ponton, ahol az adott módusnak csomópontja lenne, akkor az a felhang nem jelenik meg.

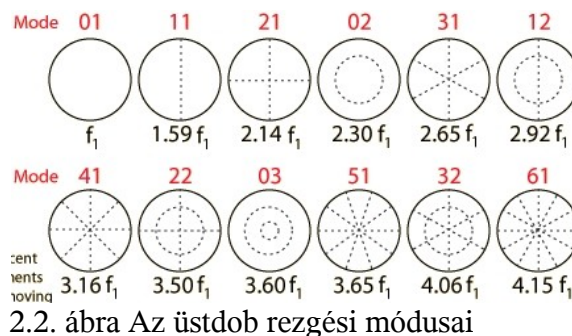


2.1 ábra Egy húr 7 rezgési módusa

Rudak Vastagságuk hosszukhoz képest már nem elhanyagolhatóan kicsiny. A hűrtől eltérően nem szükséges megfeszíteni, egy pontján befogva és a végét (végeit) kimozdítva megfelelő ellenerőt tanúsít a kimozdítással szemben és rezgést végez – csillapodással. Felhangspektrumuk már általában nem tekinthető harmonikusnak, nem egy alapfrekvencia egész számú többszöröseiből állnak, ezért hozzájuk kötődő hangmagasság-érzésünk sem mindig egyértelmű. Nem feltétlenül körkeresztmetszerűek, tkp a lapok is ide sorolhatók. Többnyire ütőhangszerekben használatosak, de pl a hangvilla is ide tartozik.

Membránok Peremüknél rögzített rugalmas hártyák, legfontosabb alkalmazásuk a doboknál.

Az üstdob módusai és a hozzájuk tartozó frekvenciák az f_1 alaphfrekvenciával kifejezve. Itt nem csomópontok, hanem csomóvonalak vannak, egy csomóvonal két oldalán a felületdarabok ellentétes fázisban rezegnek. A módusokat jellemző számpárok közül az első a radiális, a második a cirkuláris alakú csomóvonalak számát mutatja (a perem is csomóvonal). A sajátfrekvenciák nem egész számú többszörösei az alaphfrekvenciának.

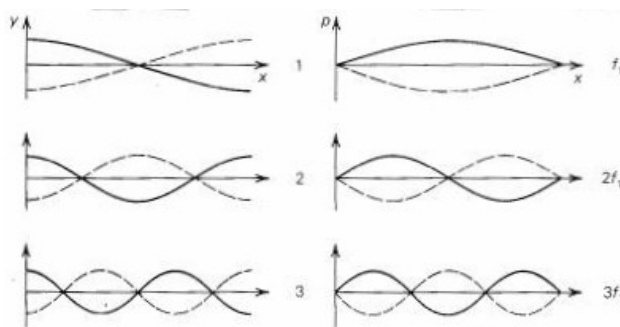


Lemez a membránokhoz hasonlóan vizsgálhatók, de széleik szabadon rezegnek, ezért egy lemez széle nem csomóvonal. Nemcsak ütőhangszerekben használatosak, hanem pl húros hangszerek hangszugárzóiként is, mivel a húr csak kicsiny levegőtömeget tud megmozgatni, egy nagyobb felületű lemez sokkal többet.

Légoszlopok a fúvós hangszerek hangkeltésének eszközei, ideértve a beszédet és éneket is. Az alapvető tényezők a következők: a befúvás helyén periodikus zavart keltünk a hangszerre jellemző módon (náddal, ajakkal, stb). Egy elemi zavar egy kicsiny nyomásemelkedést jelent, ennek révén egy nyomáshullám végigfut a csövön. A cső végénél az akusztikai ellenállás (ld később) ugrásszerű megváltozását tapasztalja, ennek hatásaként a zavar egy része kijut a csőből, egy hányada azonban visszaverődik. Ha éppen akkor érkezik vissza a zavarkeltés helyéhez (ahol szintén visszaverődik) amikor egy következő zavar éppen indul, akkor egymást segítik, erősítik. Ha a befúvás helyén megfelelő periódusban szolgáltatjuk az újabb nyomáshullámokat, akkor ez a folyamat ütemesen zajlik, a nyomáshullám oda-vissza fut, a cső mentén létrejön a sebesség- illetve nyomásingadozásoknak egy periodikus struktúrája, melyet állóhullámnak nevezünk. Ez a kiáramlás helyén is periodikus nyomáshullámokat továbbít a külső térbe, ahol zenei hangként jelentkeznek.

Az állóhullámok struktúrája a cső hosszától és a következő nyomáshullám időzítésétől függ. Egy adott hosszúságú cső esetén csak bizonyos frekvenciájú gerjesztések révén alakulnak ki állóhullámok. Ezek egyszerűbb eseteit a 2.3 ábra mutatja egy **mindkét végén nyitott cső** esetén.

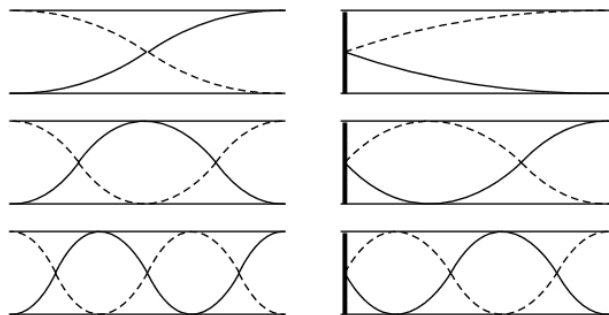
Az ábra bal oldalán a sebességingadozások cső menti eloszlása látható, a jobb oldalon a nyomásingadozásáé. Ahol a folytonos és szaggatott vonal találkozik, az jelzi az ún. csomópontokat, itt nincs ingadozás, ahol a legjobban eltávolodnak egymástól, ott a legnagyobb az ingadozás, ezek az anticsomó-pontok. Ahol a sebességingadozásnak csomópontja van, ott a nyomásingadozásnak anticsomópontja. Az ábrán látható három módushoz az alaphfrekvencia és annak 2 és 3-szoros értéke tartozik. Az alaphmódus hullámhossza kétszerese a cső hosszának.



2.3 ábra Nyitott cső első három módusa sebesség és nyomás szerint.

A fúvós hangszerek nagyobb csoportjának egyik vége zárt, azok módusait a 2.4 ábra mutatja összehasonlítva a mindkét végén nyitott csővel. Az ábra a sebességingadozások eloszlását mutatja. A nyitott végeknél csak sebességingadozás maximum lehet, hiszen itt fal nem gátolja a levegőrészecskék mozgását, a nyomásingadozásnak azonban csak minimuma lehet, mert a legkisebb nyomásnövekedés is azonnal elenyészik a szabad térben. A zárt végen pont fordított a helyzet, ott a sebességingadozásnak csak minimuma lehet, a nyomásingadozást azonban megtartja a fal, ezért annak maximuma van. A különbség nyilvánvaló. A nyitott cső hossza az alaphang hullámhosszának felét teszi ki, a félig zárt pedig csak a negyedét. Ebből következik, hogy míg a nyitott cső felhangjainak frekvenciái az alaphangénak egész számú többszörösei, a félig zártéknak páratlan számú többszörösei.

Figyeljük meg az ábra jobb oldalán a **félig zárt cső** állóhullám-struktúráit. Az alaphangnál negyedhullám, az első felhangnál háromnegyed hullámhossz, a másodiknál ötnegyed hullámhossz fér a csőhosszra. Emlékeztető: ha a fuvolát átfújuk, oktávot kapunk, az alaphang két-szeresét, ha a klarinétot fújuk át, akkor duodecimát kapunk, vagyis az alaphang háromszorosát. Ugyanígy alakul a beszédhang formánsstruktúrája is.



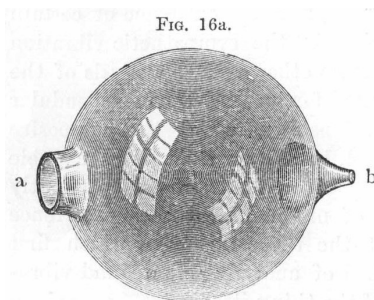
2.4 ábra Mindkét végén nyitott és egyik végén zárt cső első három módusa.

A hullámok visszaverődéséről érdemes egy kicsit részletesebben szót ejteni. Utalunk az 1.8 ábránál mondottakra. Ha egy transzverzális hullám rögzített véghez érkezik, akkor ellentétes fázissal verődik vissza, ha szabad véghez, akkor azonossal. A húr esetén a rögzített vég esetét szemlélhettük, ha az egyik irányú kitérés - mint zavar - végigfut a húron, akkor a végről az ellenkező oldali kitérés fog visszafelé futni. A nyomáshullámok másképp viselkednek. Ha egy olyan hullámfront fut végig a csövön, melyben a környezeténél kissé nagyobb a nyomás, akkor a szabad véghez érve kifut a csőből és a cső végénél támad utána egy kis nyomás csökkent tartomány, ami a csőből fog kiegyenlítődni (hiszen a magasabb nyomású front eltávozik), az így keletkezett csőbeli nyomáscsökkenés újabb gázt szív el még bentebből, végül visszafelé egy olyan hullámfront fog haladni, amelyben a nyomás az nyugalmi értéknél alacsonyabb. Itt tehát 180° -os fázisugrás történik a nyitott végnél. Amikor a kis nyomású front a befúvási véghez ér, ott egy nagy nyomású fronttal találkozik és azzal úgy lép kapcsolatba, hogy magába szívja, tehát erősíti, és újabb 180° -os fázisugrással így indul megint kifelé egy magasabb nyomású front. Zárt végen nincs ilyen fázisugrás, ezért ott egy oda-vissza úton csak egy fél hullám zajlik le.

Rezonátorok a hangszerek kialakításánál szükség van a hang erősítésére is. Ha ezt egy-egy konkrét frekvencián akarjuk elérni, akkor rezonátorokat alkalmazunk, de ha minden frekvencián egyenletesen akarunk erősíteni, akkor a rezonancia éppen hogy káros, mint pl. a zongora hangsugárzó lemeze.

Rezonátorként leginkább üregrezonátor használatos. Egy üregben annak méretétől függően alakulhat ki állóhullám. A marimba lemezei alá helyezett, megfelelően méretezett csövek üregrezonátorként felerősítik a fölöttük rezgő lap hangját. Hallószervünkben is van üregrezonátor: a külső hallójárat, továbbá hangképző szervünknek is van ilyen funkciójú része: a gégefő, ezekre részletesen visszatérünk.

Helmholtz-rezonátor - az üregrezonátor egyik alkalmazása. Ha a b nyílást a fülünkre helyezük, akkor az a nyíláson bejutó hangspektrumból az a frekvencia fog felerősödni, amely az üreg sajátfrekvenciája is. Egy sorozat ilyen eszközzel megvizsgálható a hangspektrumok összetétele, a komponensek erőssége. Tulajdonképpen egy egyszerű eszköz a Fourier-elemzésre az elektronika előtti korszakból.



2.5 ábra Helmholtz rezonátor

3. Hangok

Hang Az 1. fejezetben említettek szerint ha a levegő egy kis térrészében megváltoztatjuk az egyensúlyi nyomásértéket, akkor az a nyomáskiegyenlítődés során ezt a zavart továbbítja a szomszédos térrésznek, majd az is tovább, és ez a nyomásváltozás továbbterjed, ezt nevezzük hanghullámnak. A terjedés sebessége a hangsebesség. Ez a zavarterjedés minden rugalmas közegben lejátszódik, pl folyadékban, szilárdtestekben is. Ha a zavarok periodikus, akkor hangról beszélünk. Egyetlen hanghullám csak egy robbanás- vagy kattanásként észlelhető, de pl a szirénahangnál egy furatokkal ellátott tárcsa gyorsuló forgása egy nagy nyomású térrész nyílása előtt folyamatos átmenetet eredményez kattanásokból emelkedő magasságú hangba.

Hangtér – ha egy rugalmas közeget (pl a levegőt) nyomáshullámok töltik ki, azt hangtérnek nevezzük, melyet a következő mennyiségek jellemeznek:

$$\begin{aligned} \text{részecskék sebessége} &- v = v_0 + v' \quad [\text{m/sec}] \\ \text{váltakozó sűrűség} &- \rho = \rho_0 + \rho' \quad [\text{kg/m}^3] \\ \text{váltakozó nyomás} &- p = p_0 + p' \quad [\text{N/m}^2 = \text{Pa}] \end{aligned} \quad (3.1)$$

(Emlékeztető: itt a Newton: $\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m}/\text{sec}^2$ az erő mértékegysége.)

A 0 indexű tagok a stacionárius (időben állandó) értéket jelölik, a hozzájuk járuló, vesszővel jelölt tagok pedig periodikus eltérések.

Hangnyomás - a (3.1) kifejezésben a p' periodikus tag. Ez a stacionárius értékhez képest igen kicsiny értékű. A földfelszíni p_0 légnyomás kb 100.000 Pa (pascal) értékű, ehhez képest a p' változó tag nagyságrendje a hallásküszöbnél alig több mint a légnyomás tízmilliárdod része, kb 3×10^{-5} Pa. A beszédhang kb 10^{-2} - 10^{-1} Pa hangnyomással jár, a 20Pa hangnyomás már fájhat is.

Hangáram – (q) a v részecskesebesség és S áramlási keresztmetszet segítségével így definiálható:

$$q = v \cdot S \quad (3.2)$$

mértékegysége a sebesség m/sec és a felület m^2 mértékegységéből m^3/sec , ezért angolul *acoustic volume flow* -nak is nevezik.

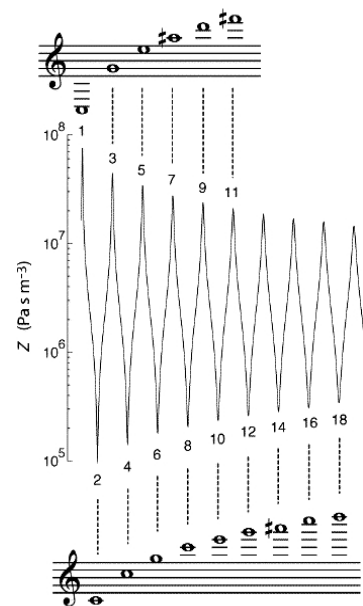
Akusztikai impedancia – az impedancia ellenállást jelent, az elektromosságban a váltóáramú ellenállást nevezik impedanciának. Az akusztikai impedancia definíciója: hangnyomás/hangáram:

$$Z_a = p'/q \quad (3.3)$$

mértékegysége a nyomás $[\text{N}/\text{m}^2]$ és hangáram $[\text{m}^3/\text{sec}]$ mértékegységeiből: $\text{N} \cdot \text{sec}/\text{m}^5$. A fentiek szerint ezt a mértékegységet úgy is írhatjuk, hogy $\text{Pa} \cdot \text{sec}/\text{m}^3$, ezt akusztikai Ohm-nak is nevezik. (3.3) tanulságos hasonlóságot mutat az elektromos Ohm-törvénnyel, ahol az R ellenállás a következő kapcsolatban áll az U feszültséggel és I áramerősséggel: $R = U/I$. (3.3)-ban nyilván a hangáram felel meg az áramerősségnek, a feszültségnek pedig a nyomásingadozás, ami az áramot kikényszeríti.

Az akusztikai impedancia a fúvós hangszerek fontos jellemzője. Frekvenciafüggését a 3.1 ábra mutatja egy 597 mm hosszú csőre. Ha befúvási vége nyitott, ott p' minimális (ld.2.3 ábra), viszont jelentős a hangáram, ezért az alaphang és felharmonikusai frekvenciáinál Z_a minimális (alsó felhangsor). A fuvola ezért sebességvezérelt hangszer.

Zárt vég esetén az alaphang nyilván egy oktávval mélyebb és átfúvással csak páratlan sorszámú felhangok gerjesztődnek. Itt a zárt végnél a p' maximális, a q minimális, tehát a felhangok (felső sor) ott szólaltathatók meg, ahol Z_a maximális. A klarinét ezért nyomásvezérelt hangszer.



3.1 ábra

Akusztikai karakterisztikus impedancia – síkhullámban értelmezhető mennyiség, ahol a p' és v' aránya mindenütt állandó, ennek értéke:

$$K_{kar} = p'/v' = (\text{melyről bebizonyítható, hogy}) = \rho_0 \cdot c \quad (3.4)$$

(Itt c a hangsebesség.) Ez a mennyiség az akusztikai impedanciától eltérően nem a hangszert jellemzi, hanem a hangterjedés közegét. Értéke a normális levegőre pl. $K_{kar0}=408\text{Ns/m}^3$.

(Megemlítjük, hogy gömhullámban a p' és v' hányadosának értéke nem állandó, itt más definíció értelmezhető, az akusztikai fajlagos impedancia, de ezt nem fogjuk használni.)

Hangintenzitás – hangerősség, az egységnyi felületen, egységnyi idő alatt, merőleges irányban, átáramló hangenergia időbeli középértéke:

$$I = p' \cdot v' \quad (\text{hangnyomás} \cdot \text{részecskesebesség}) \quad (3.5)$$

más szavakkal a felületegységen áthaladó hangteljesítmény, mértékegysége watt/m^2 .

Hangteljesítmény – az a hangenergia, ami 1 sec alatt S felületen áthalad

$$P = I \cdot S \quad (3.6)$$

Egy hangforrás hangteljesítménye az időegységenként minden irányban kibocsátott hangenergia. Példák hangteljesítményre (wattban kifejezve):

beszéd:	10^{-5}
kiáltás:	10^{-3}
zongora (<i>fff</i>):	10^{-1}

Hangenergia-sűrűség – a térfogategységben foglalt hangenergia időbeli közepe. Termek akusztikájánál használt fogalom.

Hangintenzitás-skála – az intenzitás fizikai (watt/sec-ban mért) értékei között több nagyságrend különbség lehetséges, ezért mérésére logaritmikus skála is használatos. Bevezették a **decibel** fogalmát, ami két intenzitásérték viszonyát fejezi ki a következőképpen. I_1 és I_2 intenzitások különbsége n decibel, ahol

$$n = 10 \cdot \lg(I_1/I_2) \quad (3.7)$$

Egyszerű példaként: ha I_1 és I_2 aránya 100, akkor hányadosuk tízes alapú logaritmus 2 és ennek tízszerese 20, ennyi a két intenzitás különbsége decibelben (dB) kifejezve. 1000-szeres intenzitáskülönbség decibel-értéke 30, és í.t.

A decibel tehát viszonyítási skála, ha azt halljuk hogy egy hangforrás valamennyi decibel erősségű, akkor ez a humán hallásküszöbre vonatkoztatott értéket jelenti, ld. a 6. előadást.

(Megj. Ha valaki a fenti fogalmak meghatározását el tudja mondani szavakkal, akkor nem ragaszkodom a képlethez, de akkor tkp a képlet már könnyű és ha valaki tudja, azt nagyon értékelem.)

4. Teremakusztika

A teremakusztika több fontos tényezőjét említettük már. Ide tartoznak a hangterjedés sajátosságai (Huygens-Fresnel elv következményei), a visszaverődés, törés, elhajlás, szóródás illetve a hangsebesség.

A **visszaverődés** a hanghullámoknál is az optikai visszaverődéshez hasonlóan zajlik, a visszavert sugár ugyanolyan szöveget zár be a felület normálisával (a felületre merőleges iránnyal), mint a beeső.

A **törésre** is optikai analógia érvényes azzal a különbséggel, hogy a hangterjedés sebessége a nagyobb sűrűségű közegben nagyobb, tehát itt nagyobb a törőszög.

Szóródás - a hullámok egy akadály széléhez érve eltérnek irányuktól. A szóródás hullámhossz-függő, a nagyobb hullámhosszak jobban elhajlanak, a rövidebbek jobban tartják az eredeti irányt. Ha egy hangforrástól fal választ el minket, akkor a fal széléin létrejövő hullámelhajlás miatt halljuk a hangot. Minél nagyobb azonban a fal, annál kevésbé jutnak el hozzánk a legmagasabb hangok.

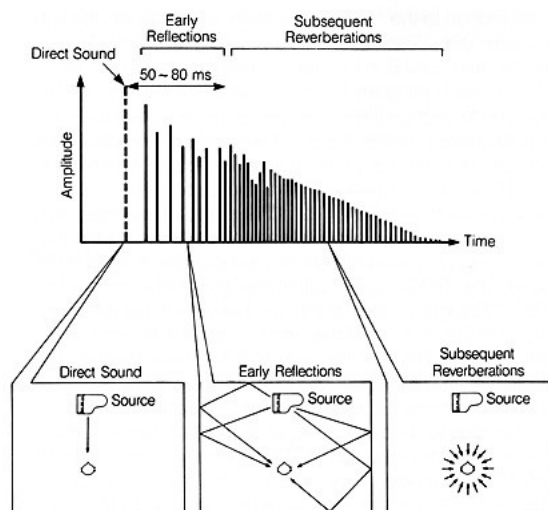
Elnyelődés - egy bizonyos út megtétele után a hanghullámok energiája felemésződik, elnyelődik. Ennek mértéke is hullámhossz-függő, a rövidebb hullámhosszak (magasabb frekvenciák) hamarabb eltűnnek, ezért nagy távolságokra csak a mély hangok képesek eljutni. A hanghullámok intenzitása e veszteség nélkül is csökken a távolság négyzetével fordított arányban.

Ha egy hanghullámnak egy fal állja útját, akkor energetikailag a következő mérleg állítható fel. Az E energia EA elnyelt (abszorbeált), ER visszavert (reflektált) és áteresztett ET (transzmittált) hányadára felírhatjuk a következő mérlegegyenletet:

$$\frac{E_A}{E} + \frac{E_R}{E} + \frac{E_T}{E} = \alpha + \rho + \tau = 1 \quad (4.1)$$

Hanggátlásnak nevezzük a hanghullámok visszaverődését, ez tehát megkülönböztetendő a hang-elnyeléstől, vagyis az abszorpciótól, termen kívül a (4.1) mérlegegyenlet szerint alakul a hangenergia.

Utószengés - zárt térben a falakról visszaverődő hanghullámok hozzájárulnak zenei élményünkhöz. Egy 100 m hosszúságú hangversenytér nagynak számít, ezt a hanghullám hosszában 1 másodperc alatt háromszor végigfutja. A hanghullámok azonban minden irányban terjednek és visszaverődéseik szinte soha nem merőlegesek. Eközben törést, elhajlást, szóródást szenvednek, melyek révén egy átlagos hangversenytérben a másodperc törtrésze alatt kialakul egy hangkeverék. A szematikus 4.1 ábra mutatja a zongorától a hallgatóig eljutó közvetlen hangot, a korai reflexiókat valamint a megsokasodó és összeolvadó reflexiók hatását. Ezt a lecsengő hanghatást nevezzük utószengésnek, ami tehát nem azonos a visszhanggal.



4.1 ábra Utószengés kialakulása

Utószengési idő - vagy reverberációs idő, RT_{60} : a közvetlen hang erősségének 60dB-es csökkenéséhez szükséges idő. A sokszoros visszaverődések természetesen különbözőképpen érintik a különböző frekvenciájú összetevőket, ezért az RT_{60} pontosabb megállapításakor azt is meg kell adni, hogy milyen frekvenciatartományban mértünk. A sokszoros reflexiók során az utószengésből a nagyobb frekvenciák hamarabb "kikopnak". Az utószengési idő becsülésére a Sabine-féle formula használatos:

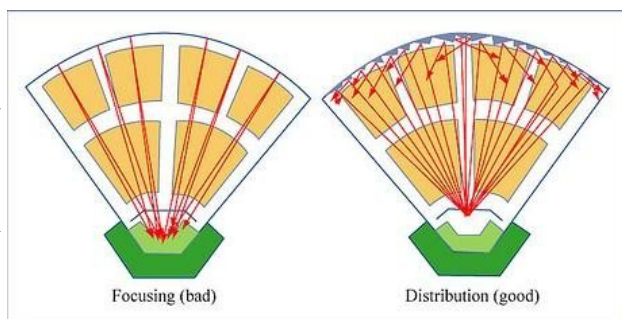
$$RT_{60} = \frac{0,164 V}{\sum F_i \alpha_i} \quad (4.2)$$

A formula kvalitatíve azt jelenti, hogy az utözengési idő növekszik a térfogattal és csökken a terem belső felületének hangelnyelő-képességével, ez utóbbi a nevezőben szerepel. Egyiket sem kell bizonygatni. A nevezőben az egyes F_i felületdarabok és a hozzájuk tartozó α_i abszorpcióképességek szorzatainak összege van felírva.

Az utözengési idő a terem legfontosabb akusztikai jellemzője, a zenei élmény része. Kamarazenénél rövid, zenekari-oratorikus műveknél hosszabb kell hogy legyen, de pl a szép orgonahangzás hosszú utözengést igényel, a rövid szerencsétlenül hangzik. Az utözengés értéke a tempóválasztást is befolyásolhatja.

További teremakusztikai paraméterek is ismertek, egy újabb cikk több mint negyven eddigi javaslatot sorol fel. Zenei szemmel talán csak a követ-kezőket érdemes számontartani.

Diffuzitás - a térbeli-iránybeli hangenergiaeloszlás egyenletessége, ld a 4.2 ábrát. A baloldali elrendezésben minden visszafókuszálódik a pódiumra, a jobboldali szórófelülettel ellátott kiképzés egyenletesen elosztja a hangenergiát.



4.2 ábra Fókuszáló és szóró kiképzés

Tisztaság - az első 50ms alatt és azután beérkező energia. Ennek a jelentősége is nyilvánvaló, ha az elsődleges jel beleolvad az utözengésbe, akkor elkenődik, érthetlenné válik. Többnyire nagy csarnokok esetén probléma, de a rossz hangosítás is ronthatja.

Visszhangfok - a visszhangszerű (tehát külön érzékelhető) jelek és az utözengés aránya. Az utözengés visszaverődésekből áll össze, de nem szerencsés, ha ebből egyesek kiemelkednek.

Időkésés-retesz - a terem közepén a hangforrástól jövő közvetlen jel és az első visszavert jel időpontja közötti különbség.

Hangversenytermek kialakításánál illetve azok használatánál van egy néhány szempont, amire szerencsés ügyelni. A 4.2 ábra bal oldalán szereplő elrendezésben a játékosok felerősítve kapják vissza produkciójukat, miközben a közönség nem kap egyenletes hangzáseloszlást. A jobb oldalon szereplő, diffuzitást növelő falburkolat minden hangversenyteremnek hasznos kelléke, mivel hatékonyra teszi a hangtér energiaeloszlásának egyenletessé tételét.

A (4.2) formula szerint egy üres teremben tartott főpróba hosszabb utözengés mellett történhet, majd az előadáson beülő közönség (ruhája) megnöveli az α_i abszorpciót és lecsökkenti a reverberációt. Más tempó fog kínálkozni, mint a főpróbán.

A fókuszáló felületdarabokat kerülni kell, ezek komoly hibái egy hangverseny-helyszínnek. Különösen szerencsétlen, ha a zenészek ülnek egy homorú felületdarab fókuszában, mert az produkciójukat a közönség felé vetíti és ők egymást alig hallják, miközben a közönség felől érkező zajokat ugyanez a felület rájuk vetíti és őket jobban hallják, mint egymást. Egy templom kupolája alatt a hang keltője saját maga fogja legjobban hallani magát. Ugyanakkor a román templomok szentélyeinek ez a funkciója hasznos lehetett, a pap hangját kivetítette a hallgatóságra. Mindenesetre a hanghullámok közönség felé való terelése - fókuszálás nélkül, csak sík felületekkel - mindenképpen előnyös, mert ezáltal a magas frekvenciák kevésbé vesznek el a hallgatók számára. Ez az eszköz a zongoránál adva van, de egy kórusnál külön kell róla gondoskodni.

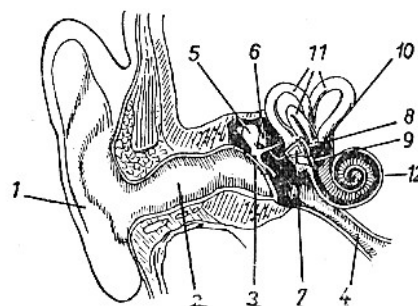
A termék üregrezonátorként is viselkedhetnek azokra a hullámhosszakra nézve, melyek a terem méreteivel összemérhetők és csak magasabb frekvenciájú hanghullámok viselkednek ide-oda verődő sugarakként. Kisebb termék rezonanciái nyilván a magasabb frekvenciatartományba esik ezért érzi mindenki nagy énekesnek magát a zuhany alatt. A termék akusztikáját üregrezonátorokkal is lehet befolyásolni, amint az az ókor óta ismeretes.

Zenetermek akusztikájának fontos eleme a szereplő hangszerek iránykarakterisztikája is. Minden hangszernek van preferált iránya, ahová a legtöbb hangenergiát sugározza, ezt a zenészek elrendezésénél nem lehet figyelmen kívül hagyni. A mai zenekari elrendezés nem véletlen, ezt a hangszerakusztikában részletezzük.

5. Hallás

A hallószerv részei és akusztikai szerepük:

1. **Fülkagyló** - árnyékolás és irányérzékelés
2. **Külső hallójárat** - Helmholtz-rezonátor kb 3500 Hz-re.
Itt a legérzékenyebb a hallásunk.
3. **Dobhártya** - innen középfül, ld.5.2 ábra)
4. **Eustache-kürt** - összekötés a szájüreg felé.
- 5-6-7. **hallócsontok**
- 8-9-10. ld.5.2 ábránál
- 11 **Félkörös ívjáratok** - egyensúly szerv
12. **Csiga v. Cochlea**

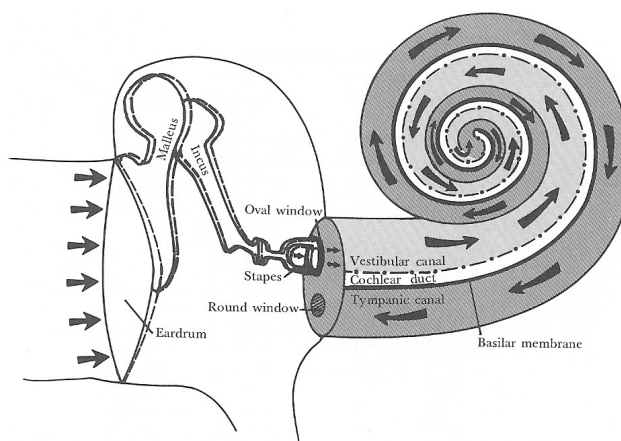


5.1 ábra Az emberi hallószerv

Dobhártya (ang. Eardrum) érzékeny membrán, kb 55 mm^2 , a légnyomás ingadozásait továbbítja a hallócsontokhoz.

Hallócsontok: kalapács-üllő-kengyel (latinul: malleus-incus-stapes) a dobhártyától kapott impulzusokat továbbítják a hallócsiga bemenő ablakához. Az erőhatást egyszerű emelőként felnagyítják. Kis méretük miatt alkalmasak nagy frekvenciák átvitelére.

Ovális ablak - a Cochlea "bejárata", mérete a dobhártyánál kisebb ezért a dobhártyánál jelentkező nyomásingadozás itt felnagyítódik. Innentől kezdve a nyomáshullámok a Cochlea belsejében lévő folyadékban futnak tovább.

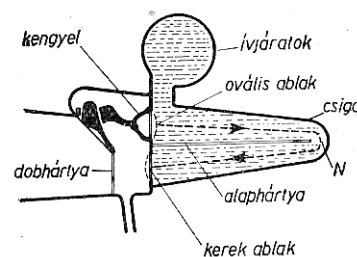


5.2 ábra Közép- és belfül

Kerek ablak - a Cochlea végén, a nyílak mentén oda-vissza futó nyomáshullám itt hal el.

Cochlea - hallócsiga, képzeletben kiegyenesítve látható az 5.3 ábrán. a félkörös ívjáratokkal közös folyadék tölti ki. Az ovális ablakon bejutó nyomáshullám végigfut a rajz szerinti felső csatornán (scala vestibuli), átjut a végén lévő nyíláson (csigalyuk - helicotrema) és visszafut az alsó csatornán (scala tympani) a kerek ablakig.

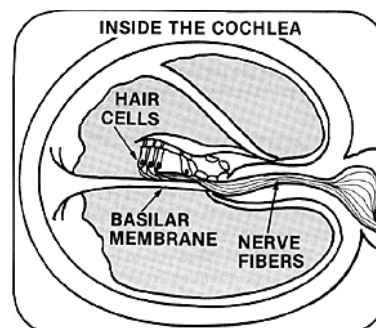
Alaphártya - (lamina basilaris) a nyomáshullám hatására hullámformájú kimozdulást végez, amit a Corti-szerv alakít át elektromos impulzusokká.



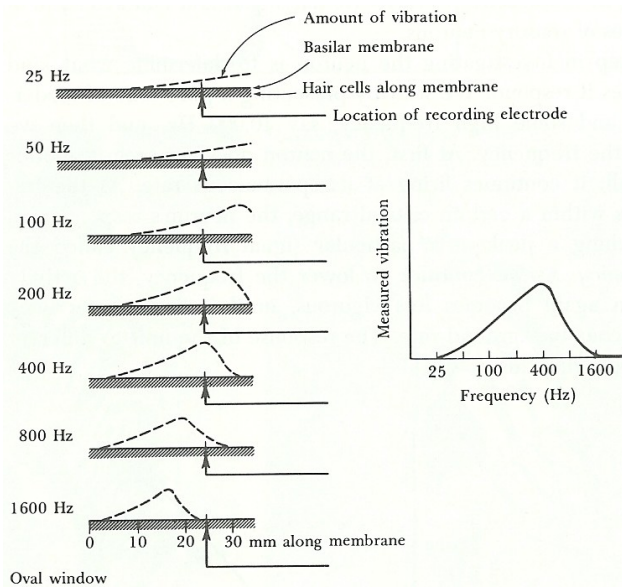
5.3 ábra Cochlea

Corti-szerv - a hallócsiga mentén végig elhelyezkedő érzékelők, szőrsejtek és fedőhártya együttese. Az 5.4 ábra a csiga metszetét mutatja. Itt az alsó tartomány a *scala vestibuli*, ebben fut a nyomáshullám, kimozdítja alaphelyzetéből az alaphártyát, az megemeli a rajta lévő szőrsejteket, azok érintkezésbe lépnek a fedőhártyával, az általuk kiadott impulzusokat az idegvezetékek továbbítják az agyba.

Szőrsejtek - kétfélék: a belső szőrsejteknek (kb. 3500) az a funkciója, hogy információt szolgáltatassanak a gerjesztés helyéről és erősségéről. A külső szőrsejtek (kb 14000) szerepe erősítés, a bejövő jelek frekvenciájával megegyező vibrációra képesek és ez hozzáadódik az eredeti jelhez. Ez kb 50 dB erősítést tesz lehetővé, továbbá kitágítja az emlősök (csak náluk van ilyen) frekvencia-érzékelési tartományát és frekvencia-felbontóképességét.

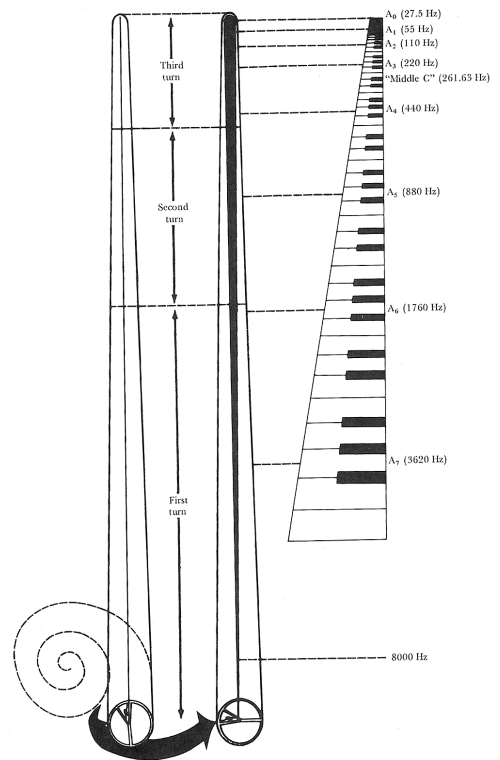


5.4 ábra Corti-szerv



5.5 ábra Békésy György -féle hullámforma

Az alapmembránon létrejövő gerjesztési mechanizmus leírásáért Békésy György Nobel-díjat kapott. Az 5.5 ábra mutatja a létrejövő hullámformákat és pozícióikat különböző frekvenciájú hangok esetén.



5.6 ábra Hangmagasságok érzékelése az alapmembrán mentén.

Jól látható az ábrán, hogy a hullámforma jellegzetesen aszimmetrikus. Egy adott frekvenciájú hang által gerjesztett hullám maximuma az alapmembrán adott helyén jelentkezik, a kitérés pedig a hang intenzitását jellemzi. A szőrsejtek továbbítják az eloszlásra vonatkozó információt, melynek kiértékelésével az agy érzékeli a hang magasságát és intenzitását. A magasabb hangok az alapmembrán elején, az ovális ablakhoz közel, a mélyek attól távol kódolódnak.

A mechanizmus tisztázásával egy sor hallási képesség és korlát értelmezhetővé vált. Érthető például, hogy huzamosabb ideig tartó erős hang miért okoz halláskárosodást: a szőrsejtek egyszerűen elhasználódnak, tönkremennek. Az is látható, hogy ha két hang magasságban egymáshoz közel esik, akkor a két hullám nehezen megkülönböztethetővé válik, ezt fogjuk tárgyalni a 7. fejezetben a kritikus sávoknál. Az is érthető, hogy ha két, egymástól nem túl távoli frekvenciájú, de különböző erősségű hangot hallunk, akkor az erősebb elnyomja a gyengébbet, ez az elfedés jelensége (6. fejezet). Szintén a 6. fejezet témája lesz hallhatósági küszöb, ami a szőrsejtek gerjeszthetőségének alsó határával kapcsolatos. A szőrsejtek regenerálásához is szükséges egy minimális idő, hogy újból kapcsoló-módusba kerülhessenek, amikor érintés hatására impulzust képesek továbbítani, ezzel kapcsolatos az időérzékelésünk néhány korlátja. A mechanizmus egyik legfontosabb hozadéka azonban a spektrális kiértékelés képessége, enélkül nemcsak zenei, hanem beszédképességünk sem lenne (9. fejezet).

(Nem kötelező, bővebb olvasmány: Tarnóczy: 107-116 oldal.)

6. Hangosság

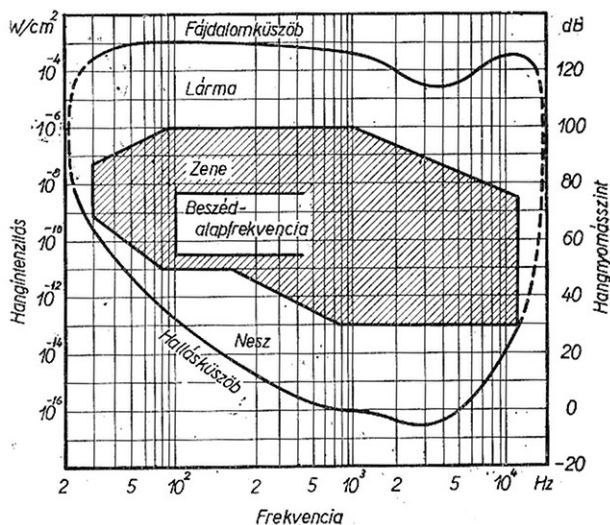
Hangosság - a fizikai hangintenzitásra adott pszichofizikai válaszuk, szubjektív élményünk.

Az 5. fejezetben említett hallási szerveink és azok sajátosságai egy bizonyos frekvencia- és intenzitás-tartományban teszik lehetővé a hanghatások kiértékelését, ezek diagramját nevezzük hallástartománynak, ld. 6.1 ábra.

Hallásküszöb az a görbe, mely minden frekvencián megmutatja az éppen érzékelhető hangintenzitást. Jól látható, hogy a legalacsonyabb intenzitást kb 3000Hz-nél érzékeljük, ahol a külső hallójáratunknak üregrezonanciája van (ld. 5. óra). A többi frekvencián rohamosan érzéketlenebb a hallórendszerünk.

Fájdalomküszöb a zárt görbét felülről határoló vonal, e fölött orvosilag is ellenjavallt a behatás.

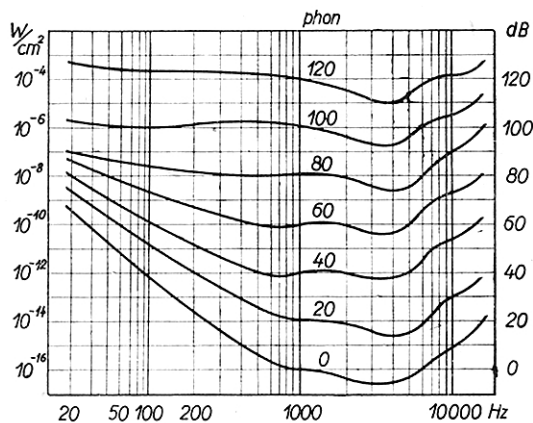
Az ábra tanulságosan elkülöníti egy néhány akusztikai élmény tartományát is.



6.1. ábra Hallástartomány

A hangosság skálázása - a hallástartomány méréséhez hasonlóan - csak nagyszámú, fiatal, felnőtt, egészséges ember szubjektív visszajelzéseinek kiértékelésével lehetséges.

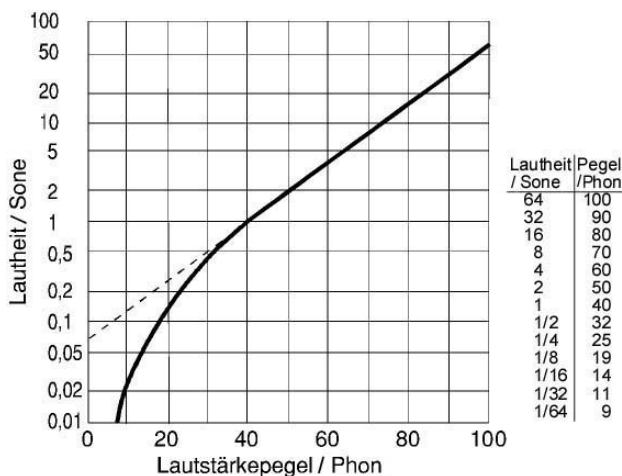
A skála rögzítéséhez szükséges mérés úgy történt, hogy - önkényesen - kiválasztották az 1000Hz-es frekvenciát, ami közel van a legérzékenyebb értékhez, majd meghatározták a 6.1 ábrán is látható hallásküszöbvonalat. Ezután 100-szorosára növelték az 1000 Hz-es frekvenciájú jel intenzitását (10^{-16} -ról 10^{-14} w/cm^2 -re) és az alanyoknak azt kellett jeleznie, hogy különböző frekvenciájú hangokat milyen intenzitásértéknél éreztek ugyanolyan hangosnak, mint az 1000Hz-es jel, ezeket a pontokat összekötve kapták alulról a második görbét. Decibel-skálán mérve a 100-szoros intenzitás 20 dB emelkedést jelent, ld (3.7), az 1000Hz-nél mért értéket elnevezték 20 phon. hangosságúnak, a kimért görbe pedig minden frekvencián 20 phon hangosságú.



6.2. ábra Az egyenlő hangosságok görbéi

Ugyanezzel a módszerrel lehet meghatározni a 40, 60 stb phon hangosságú görbéket. Ez a görbesereg volt a hangosság skálázásának első eszköze. A phon nem mértékegység-szabvány.

A phon-skálát **Weber-Fechner pszichofizikai törvényének** szellemében alkották, mely szerint az érzet (itt a hangosságélmény) az inger (a fizikai hangintenzitás) logaritmusával arányos. A törvény, vagy inkább szabályszerűség, egy sor területen igen használható, nemcsak a hangintenzitásra, hanem a hangmagasságra, vagy pl. a fényintenzitás-fényesség kapcsolatra is, amint azt a csillagászati magnitúdó-skála is mutatja. Egy másik megközelítés szerint ezt a kapcsolatot inkább hatványfüggvény írja le. Az e szerint alkotott **son-skálának** a phon-skálával való kapcsolatát a 6.3 ábra mutatja. 1 son=40 phon, a többi értéket a görbe mutatja.



6.3. ábra A phon és son skála kapcsolata

A son-skála sem vált szabvánnyá. Az eredeti phon-skálázási görbesereg is több korrekción ment át, mivel a korábbi mérések hibásnak bizonyultak.

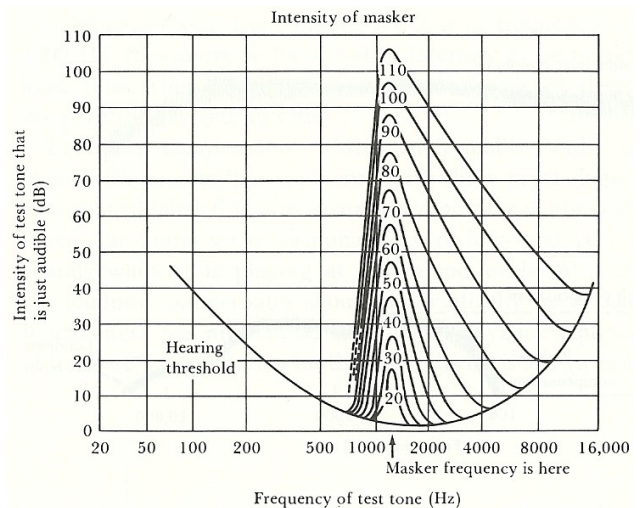
Decibel-skála - a 3 fejezetben említettük (3.7)-nél, hogy a decibel viszonyítási mennyiséget jelent, egy konkrét hangintenzitás decibel-értékéről illetve decibel-skáláról csak akkor van értelme beszélni, ha kijelölünk egy nullpontot. A skála nullpontjául a 6.2. ábrán szereplő 1000Hz-es hallhatósági határt választották, 10^{-16} w/cm^2 , vagy SI-egységben:

$$\text{a decibel skála nullpontja: } 10^{-12} \text{ w/m}^2 \quad (6.1)$$

A skála nullpontja természetesen minden frekvencián ez az intenzitásérték, a phon-skála csak 1000Hz-en esik egybe a decibel-skálával.

Amint említettük az 5. fejezetben, hallószervünk képességei bizonyos korlátokat állítanak érzékelésünk megbízhatósága elé. A hangosságra vonatkozó korlát az elfedés jelensége.

Az **elfedés** a 6.4 ábrán látható görbesereggel szemléltethető. A hallásküszöböt itt csak egy sematikus görbe képviseli. Erre görbék vannak illesztve, melyek azt jelzik, hogy egy adott frekvenciájú (nyílal jelölve), a hallásküszöbnél 20, 30,...dB-lel erősebb hang hogyan emeli meg a hallásküszöböt. Konkrét példaként tekintsük a 80-jelű görbét, tehát a 80 dB-es, kb 1200Hz-es zavaró hang esetét. A hallásküszöb kb 78 dB lesz, tehát ezen a frekvencián ilyen erős hangot tudunk a zavarás mellett észrevenni. Ami érdekes: még 4000 Hz-en is kb 24 dB-es erősségű hangnak kell szólnia, hogy észleljük. Fontos sajátosság, hogy magasabb frekvenciák felé az elfedés távolabb hat.

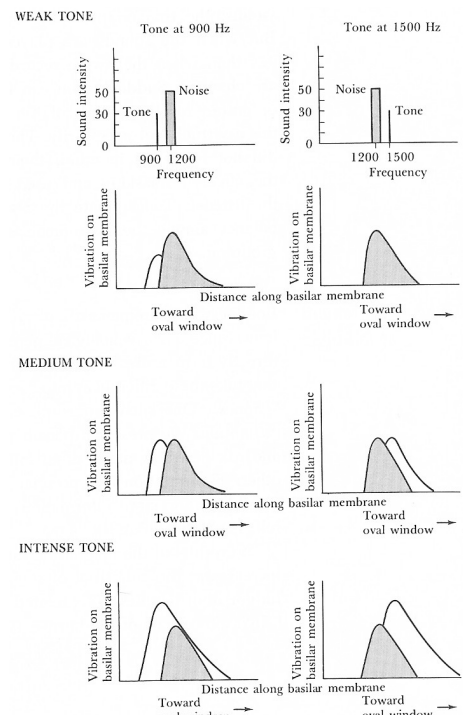


6.4 ábra Elfedés

A 6.5 ábra azt mutatja, mi az érzékelhetősége egy széles-sávú 1200Hz körüli zaj mellett egy 900 ill. 1500 Hz-es hangnak különböző intenzitásviszonyok mellett. Gondoljunk vissza az 5.5 ábrára. Az alapmembrán Békésyhulláma aszimmetrikus, az ovális ablak felé (a 6.5 ábrán jobbkézre) laposabb, a csiga vége felé meredekebb. Ezért a hullámalak a magasabb frekvenciát észlelő szakaszra ráfekszik, miközben a mélyebbet érzékelőt nem zavarja. Ezért az elfedés kevésbé érinti a mélyebb hangokat. Kövessük végig a szürkével kitöltött görbe (zaj) és a fehér görbe (tisztá hang) különböző eseteit a tiszta hang különböző frekvenciáinál és intenzitásánál.

A jelenségnek a zenekari élmények között fontos szerepe van. Egy háromvonalas-oktávbeli erős hanghatás mellett a legmagasabb frekvenciartományok alig észlelhetők, talán csak egy erős piccolo, miközben a mélyben akár halk basszusok is jól kivehetők.

Órán említett példa: Mendelssohn hegedűverseny első tételének utolsó akkordja, egy erős e-moll akkord, amely után hallhatóvá válik egy halk h-hang a fagotton. A hang "előbújik" az elfedésből.

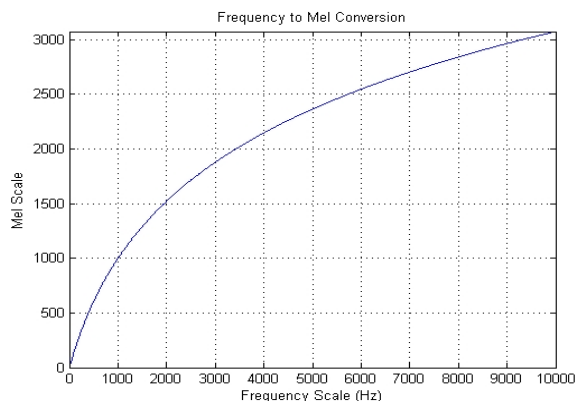


6.5 ábra Az elfedés esetei

7. Hangmagasság

A **hangmagasság** szubjektív pszichofizikai élmény, melynek révén képesek vagyunk megkülönböztetni különböző frekvenciájú hangokat. A hangmagasság-élmény nem pontosan követi a frekvenciaértékeket, más szóval a kapcsolat nem lineáris. Ráadásul az is számít, hogy két különböző hangot egyszerre, vagy egymás után hallunk.

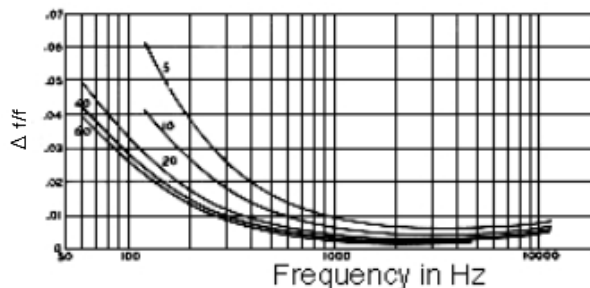
Mel-skála - Ha nagyszámú kísérleti alany visszajelzései alapján felrajzoljuk azt a görbét, ami összefüggést teremt a fizikai hang frekvenciája és a pszichofizikai hangmagasság-élmény között, akkor a 7.1 ábra szerinti görbét kapjuk. A különböző hangokat egymás után játsszuk, a melodikus hangmagasságérzetet akarjuk mérni. Legyen az 1000Hz-es frekvenciához tartozó hangmagasság-élményünk 1000 mel. Az ábra szerint a 2000Hz-es frekvenciához nem 2000 mel tartozik hanem csak kb 1500 mel. Minél magasabb frekvenciájú hang mel-értékét vizsgáljuk, annál laposabb a görbe.



7.1. ábra A frekvencia-Mel kapcsolat

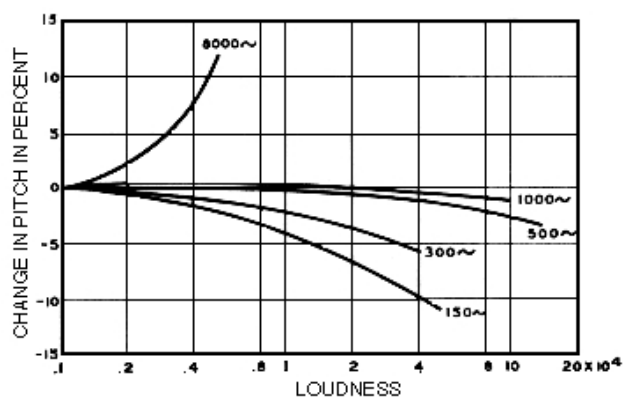
A hangmagasság-különbségnek mindkét (fizikai és pszichofizikai) mérésénél használatos egy legkisebb egység. A fizikainál a legkisebb hangközkülönbséget **különbségi küszöbnek** nevezik, angol nevének fordítása éppen érzékelhető különbség (just noticeable difference - jnd) jelölése: Δf . Ezt másképp hallásunk felbontóképességének is nevezzük. Az érzetoldali legkisebb osztás a **cent** (ld a 10 fejezetet), a félhangköz századrésze, vagyis 1200 cent egy oktáv. Egy egészséges ember kb. 1400 hangot tud megkülönböztetni, melynek kevesebb mint tizedét használja a nyugati zene.

A különbségi küszöb nem alkalmas skálázási egységnek, mert frekvenciafüggő. A $\Delta f/f$ hányadost relatív különbségi küszöbnek nevezik, frekvenciafüggését a 7.2 ábra mutatja különböző (5,10,20,40,60dB) intenzitású hangokra. Megint látszik, hogy a 2-3 kHz körüli tartományban legérzékenyebb a hallásunk, itt vagyunk képesek megkülönböztetni a legkisebb frekvenciakülönbségű hangokat. Mélyebb hangok felé felbontóképességünk rohamosan romlik, amint ezt saját tapasztalataiból mindenki ismerheti.



7.2. ábra Relatív különbségi küszöb frekvenciafüggése

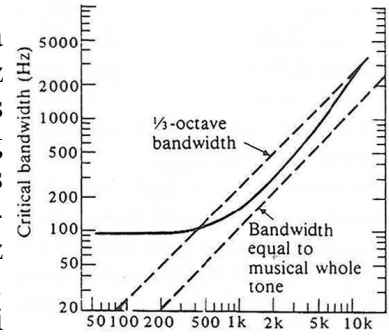
A 7.2 ábrából láthatóan hangmagasság-ítéletünk nemcsak a frekvenciától hanem a hangerősségtől is függ. Ezt egy másik ábrán is szemléltethetjük. A 7.3 ábra azt mutatja, hogyan torzul el a hang magassága, ha növeljük a hangerőt. A görbék mellett most frekvencia-értékek szerepelnek. Jól látható itt is, hogy fülünket kb 1000Hz környékén lehet legkevésbé becsapni. Saját tapasztalataiból mindenki felidézheti, hogy egy mély hangot erősödésekor mélyülni érzünk, egy nagyon magasat pedig magasodni.



7.3. ábra Hangmagasság-hangerősség kapcsolat

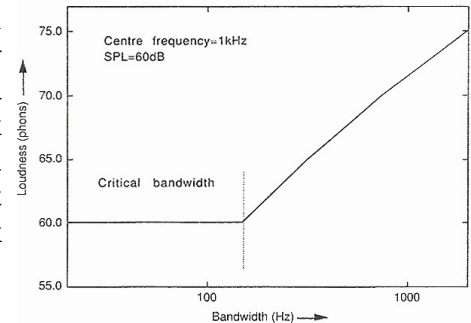
Kritikus hallási sávok - hangmagasság-hangerősség élményeink szoros kapcsolatának fontos eleme az a hallási sajátságunk, hogy egymáshoz közeli frekvenciákon másképp ítéljük meg a hangzásélményt, mint távoliakon. Ez az elfedési jelenség következménye.

Ha visszagondolunk a Békésy-féle hullámalakra, akkor érthető az a korlát, hogy ha két hang szűk frekvencia-különbséggel, akkor az alapmembrán nem fog közel kétszeresére kitérni, hanem a két hatás összeolvad. Ha növeljük a frekvenciakülönbséget, akkor a két hang által gerjesztett alapmembrán-szakasz is távolodik és önállóan is hozzájárulnak az együttes hatáshoz. A kritikus sávok frekvenciaszélessége szintén frekvenciafüggő, ezt a 7.4 ábra mutatja. A sáv az egyvonalas oktávig kb 90 Hz széles, ezután rohamosan szélesedik. Az ábra összehasonlításul az egészhang és a nagyterc közötti frekvenciasávot mutatja.



7.4 ábra kritikus sávok

Egy érdekes sematikus példa látható a 7.5 ábrán arra, hogyan kell elképzelni a kritikus sáv szélesség szerepét. Szóljon egy növekvő frekvenciatávolságú (sáv szélességű), 60 dB erősségű hangegyüttes, ezt közel 100 Hz-ig nem fogjuk erősebbnek hallani, mint egyetlen 60dB-es hangot. Ha azonban túllépjük a kritikus sávot, akkor a hangosság elkezd növekedni. Konkrét példa a d' hang esete, ami mellett egészen c'-disz' hangok (523-622Hz) együttes hangzásáig a hangerősség nem nő, egyre több szomszédos hanggal viszont nő.



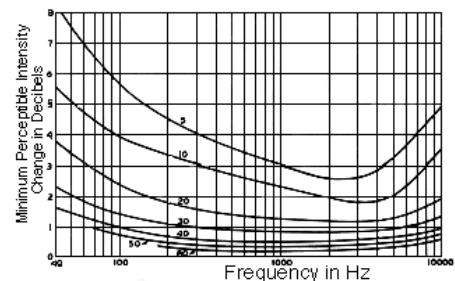
7.5 ábra hangerősség-sáv szélesség

Bark - Az egész hallható tartományt be lehet osztani kritikus hallási sávokra. Mivel egy sáv jó közelítéssel 100mel szélességű, ezért Barkhausen tiszteletére a kritikus sávok mérőszáma:

$$1 \text{ Bark} = 100 \text{ mel} \quad (7.1)$$

Mivel a hallható frekvenciatartomány kb 2400 mel, ezért az egész tartomány 24 Bark -ra osztható.

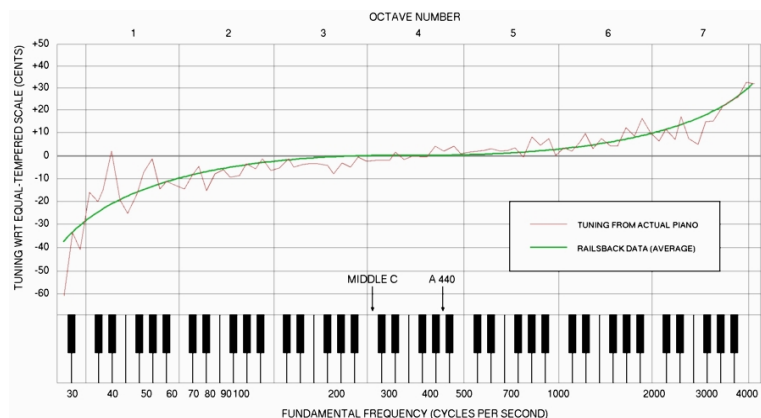
A 7.6 ábra egy további érzékenység frekvenciafüggését mutatja. Különböző erősségű hangok legkisebb érzékelhető erősségváltozása (a fentebb említett jnd-értéke) látható.



7.6 ábra

Végül egy érdekes jelenséget érdemes megemlíteni, mely zongorák hangolásánál jelentkezik, az oktávterpeszkedést.

A 7.7 ábra azt mutatja, hogy a zongora hangolásánál nem lehet a teljes tartományban pontos frekvenciakétszerezésekkel dolgozni, vagyis olyan hangológépet használni, ami az egyvonalas oktáv hangjait kétszerezi ill. felezi az egész hangszeren. Az ábra a pontos értékektől való eltérést mutatja centekben. Felül kissé felfelé, alul kissé lefelé kell hangolni, ezt érezzük megfelelőnek.



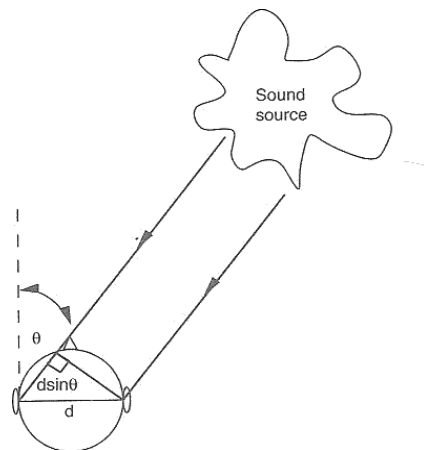
7.7. ábra A zongorahangok hangolása

8. Irány- és időérzékelés

Irány- és időérzékelésünk szoros összefüggése a hang terjedési sebességén alapul, ezt a 8.1 ábra segít megérteni. Az ábrán a hangforrásból a jobb fülbe érkezik meg hamarabb a hanghullám, a bal fülbe csak

$$\Delta t = \frac{d \sin \theta}{c} \quad (8.1)$$

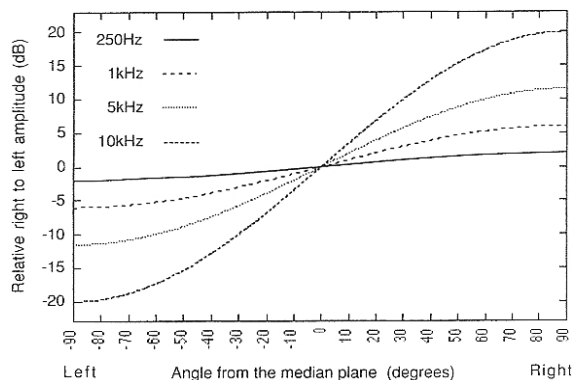
idővel később, ahol d a két fül távolsága (kb 18 cm), θ a hangforrás és a tekintet iránya közti különbség (legyen itt 40°) és c a hangsebesség (331 m/s), vagyis ebben az esetben $\Delta t = 0.00035$ sec, vagyis 350 mikroszekundum. Ezt az időkülönbséget, sőt ennél kisebbet is, képesek vagyunk érzékelni, ez ad módot az irányérzékelésre. Az időkülönbség természetesen nem tudatosul, de az agy földolgozza az információt.



8.1 ábra az irányérzékelés sémája

Mivel a hanghullám a jobb fülbe hamarabb jut el, ezért a kiváltott jel hamarabb indul el az agy hallóközpontja felé, de ehhez még hozzájárul az is, hogy a közelebbi jel egy kissé erősebb is és az erősebb hanghatás révén keltett fiziológiai jel gyorsabban is terjed az idegpályákon. Hozzá kell tenni, hogy az ábra szerinti jobb fülben nem a kb 12 cm-nyi útkülönbség miatt erősebb a jel, hanem a fej árnyékoló hatása miatt. Mint az akusztika minden pszichofizikai jelensége, ez is frekvenciafüggő, a függés módja a 8.2 ábrán látható.

A különböző görbék különböző frekvenciájú hangok gyengülését mutatja az árnyékolt fülben a nem árnyékoltéhoz képest. A legkevésbé a legkisebb frekvenciájú (a rajzon 250Hz), tehát a legnagyobb hullámhosszú hang különbözik, a legnagyobb frekvenciájú (10kHz) különbsége azonban 90° -os esetben, (tehát amikor jobb fülünk pontosan a forrás felé néz hall), akkor 40dB. Ez a hullámok akadályon való elhajlásának hullámhossz-függése miatt van, a nagyobb hullámhosszak jobban meg tudják kerülni az akadályt, mint a rövidebbek, amint azt több példán is látni fogjuk.



8.2 ábra Irány-erősség-frekvencia függés

Az irányérzékelés eszköze a fülkagyló is, bekötött szemű, hátrafelé irányított mű-fülkagylóval ellátott személy elől-hátul érzékelése megfordul. A fülkagyló a hátulról jövő magas frekvenciákat szintén jobban árnyékolja, mint a mélyeket, ezért a hátulról jövő jel hangszíne más. Amikor fejünket elfordítva a hang irányába fordulunk, akkor tulajdonképpen az említett jelkülönbséget minimalizáljuk. Amikor pedig a nyulak a "fülük botját mozgatják", az náluk a két fülkagyló függetlenségét, irányérzékelő képességük nagyobb hatékonyságát jelenti.

Irányérzékelésünk igen fontos eleme a hangversenytermi élménynek. Közelről pl. nagy szögkülönbség lehet a vonóskar magas és mély részei között, ami a hangszininformációval kiegészülve komplex élményt nyújt. A terem végéből nézve a szögkülönbség annyira lecsökken, hogy a térélményt csak a terem akusztikai sajátosságai, utózenge nyújtja.

A kétfülű (binaurális) hallás említett sajátosságai módot adnak a sztereo technika különböző trükkjeire, pl sztereo hatás keltésére az egyik csatorna jelének mesterséges késleltetése révén, de az elektroakusztikai módszerek nem tárgyai a jelen kurzusnak.

Precedencia-effektus, vagy Haas-effektus - ha egy hang (pl. visszaverődés révén) kétszer egymás után jut a fülbe, akkor egyetlen hangként fogja érzékelni ha 30ms-on belül érkezik, ha ezen túl, akkor visszhangként. A 30 millisekundum, vagy három század másodperc a fenti (8.1) példa időkésésének majdnem százszorosa. Ezen belül a második jel akár 10dB-lel is nagyobb lehet az elsőnél, akkor is egyként észleljük azon túl azonban visszhangként. Ez fontos jelenség nagy terek behangosításánál, de a nagyobb termekben átélt zenei élményt is befolyásolja.

9. Hangszín, harmónia

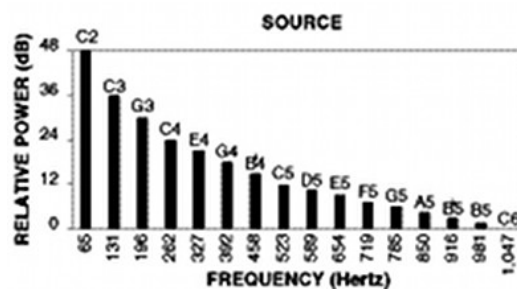
Hangszín-érzetünk ingeroldali (fizikai) forrása az akusztikus spektrum.

Spektrum alatt általánosan megfogalmazva egy fizikai jelenség vagy folyamat jellemző mennyiségének valamely paraméter szerinti eloszlását értjük. Az akusztikai spektrum valamely hangzás különböző frekvenciájú összetevőinek intenzitás szerinti eloszlása. A zenei hangok nem egyetlen tiszta szinuszos rezgésből állnak, hanem egy sor ilyen rezgés együttesét jelentik.

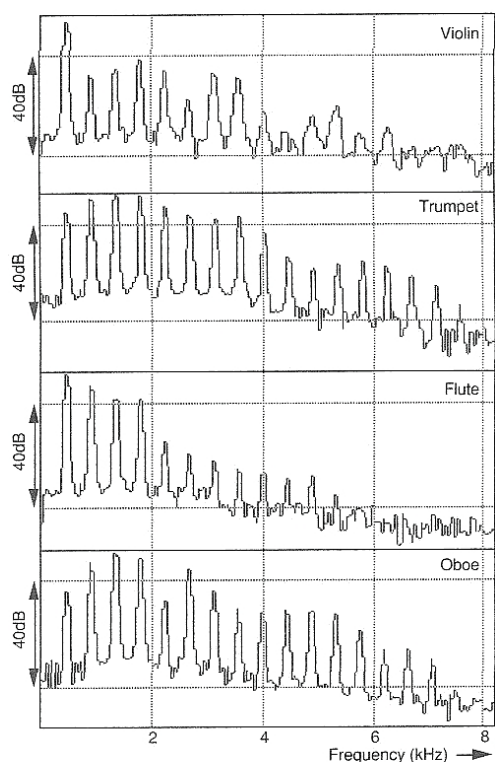
Harmonikus felhangspektrumnak azt nevezzük, melyben a felhangok frekvenciái az alaphang egész számú többszörösei, amint azt a 1.5 ábránál már említettük. Hallásunk ilyen spektrumhoz tud egyértelmű hangmagasságot rendelni. Ez olyan fontos képessége hallásunknak, hogy akkor is érzékelünk alaphangot, ha a spektrumban egy adott fl frekvencia néhány egész számú többszöröse jelen van, de maga az fl nincs jelen, ez a **hiányzó alaphang** jelensége. Elsősorban ütős hangszereknél fontos, ahol igen kevés a harmonikus spektrumú hangforrás, de sok esetben mégis van hangmagasság-élményünk, ha vannak a részhangok között az említett tulajdonságúak.

Példák spektrumokra.

A 9.1 ábra a zongora nagy C hangja mellett megjelenő felhangok sorozatát mutatja frekvencia- és relatív intenzitás értékekkel, ez utóbbiak dB-ben skálázva. Látható, hogy a diagram vonalainak magassága egy aszimptotikus görbe szerint közelít a nulla értékhez, ezt burkológörbének hívjuk. A burkológörbék minden spektrum fontos jellemzői.

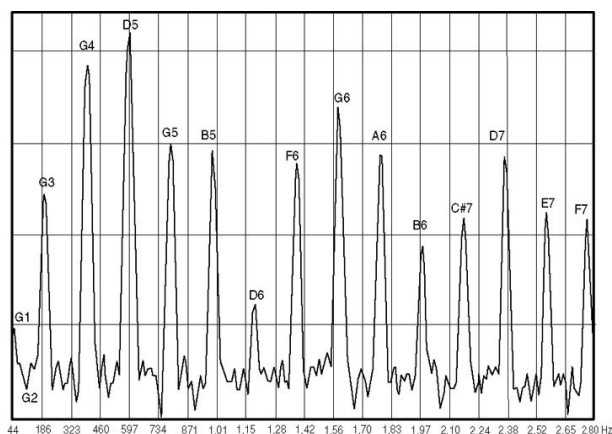


9.1. ábra Zongora C-hang spektrum



9.2 ábra négy hangszer a' hang (440Hz) spektruma

A 9.2 ábra négy hangszeren megszólaltatott a' (440Hz) hang műszerrel rögzített spektrumát mutatja. Érdekes közvetlenül összehasonlítani a sajátosságokat. A hasonlóság az, hogy mindegyikben azonos távolságban vannak a felhangok, tehát az alapprofrendia egész számú többszöröseinél. A különbségek egyrészt az egyes felhangok relatív erősségéből, másrészt a különböző burkológörbékéből adódnak, ez utóbbiak nagyobb léptékű változások a frekvenciaintervallum mentén. Érdeemes felfigyelni a hegedű és fuvola hasonlóságára: az alaphang mindkettőnél a legerősebb, és a magasabb

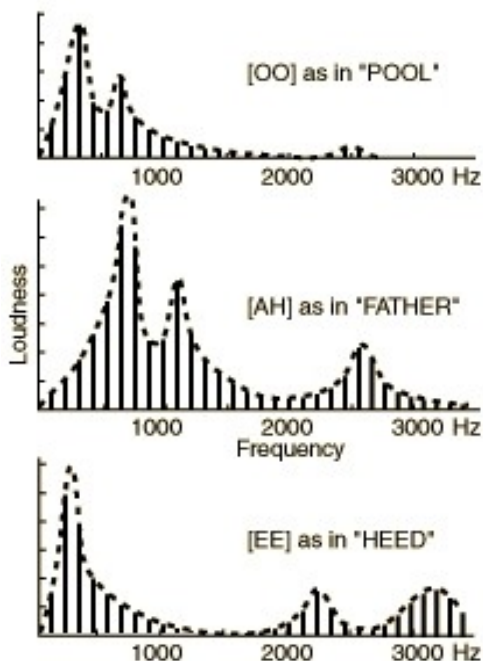


9.3 ábra hegedű g hang spektruma

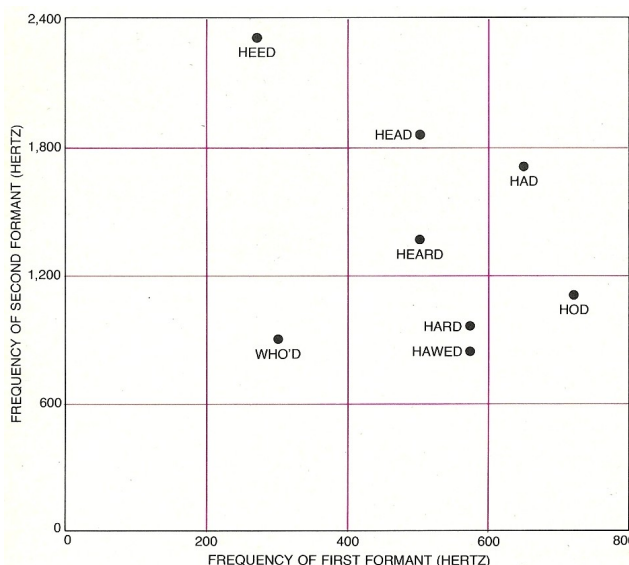
Itt az első négy felhang mind erősebb, mint az alaphang, mégis utóbbit halljuk legerősebbnek a fentebb említett okok miatt. E spektrumsajátság okait a második félévben vizsgáljuk.

felhangok fokozatosan eltűnnek. A trombita és oboa spektrumában azonban nem az alaphang a legerősebb, viszont a felhangok a 6-8kHz tartományban is elég erősek, ezért ezeket gazdag felhang-tartalmú, fényes hangzású hangszereknek halljuk.

Formánsok - a hangspektrum burkológörbéjének maximumhelyei. Legismertebb és legfontosabb példák a magánhangzó-formánsok.



9.4 ábra magánhangzó-formánsok.



9.5 ábra angol magánhangzók összetartozó első és második formánsainak frekvenciái.

A 9.4 ábrán három egyszótagú angol szó szerepel azon spektrumok sematikus rajzaival együtt, melyek az adott magánhangzókra jellemzők. Mindegyik spektrumon három maximumhely figyelhető meg, ezek közül az első kettő vesz részt a magánhangzók képzésében. Látható, hogy a két maximumhely mindhárom esetben különböző frekvencián van. A 9.5 ábra közös diagramon mutatja az angol magánhangzók összetartozó első (vízszintes tengely) és második (függőleges tengely) frekvenciáit.

A formánsok nem "szólnak", csak a megszólaló hang burkológörbéjét jellemzik. A ténylegesen megszólaló hang felhangsorát az ábrákon a függőleges vonalak jelzik. Ha egy énekes az adott hangot éneкли és közben változtatja a magánhangzókat, akkor tulajdonképpen menet közben ide-oda tologatja az első két formáns helyét, tehát bizonyos értelemben változtatja a hangszínt.

A formánsok képzése az énekhang akusztikájának tárgyalásánál fog szóba kerülni, de itt is érdemes megemlíteni, hogy a formánsképzésnek, valamint a hangok spektrális kiértékelésének együttes képessége a *homo sapiens* evolúciós sikerének igen fontos feltétele volt, mivel ez tette lehetővé a tagolt beszédet és hatékony kommunikációt. Részben zenei képességünket is ennek köszönhetjük.

Tranziensek - átmeneti jelenségek. Tapasztalati tény, hogy a hallgatók összetéveszthetik különböző hangszerek, pl. hegedű vagy fuvola hangját, ha elektronikusan játsszuk le őket úgy, hogy levágjuk a kezdő pillanatokat. Ez azt mutatja, hogy a hangok indítása fontos szereplője hangszín-élményünknek. Az indítási (elektronikában. bekapcsolási) eseményeket nevezzük tranzienseknek. Ilyenkor igen rövid idő alatt igen sok kaotikus esemény zajlik, amíg a stacionárius állapot be nem áll. Ezek többnyire zaj-szerű élményt nyújtanak és igen jellemzők az egyes hangszerekre. Mindenki gondoljon a saját hangszere mellett az ismertebb zenekari szereplőkre. A rezések (főleg a mélyek) reccsenésszerű indítása igen jellegzetes, a csőrezonancia és a szájrezgés kialakuló kölcsönhatásának megnyilvánulása. A vonósok vonásnemétől jelentősen függ a megszólaló hang indítása, a pizzicato például időben kb annyi tranzienszt tartalmaz, mint érzékelhető magasságú hangot.

További jelenségek, melyek hozzájárulnak hangszínélményünkhöz:

Vibrató - frekvenciamoduláció, egy adott hang magasságának kicsiny frekvenciatartományában

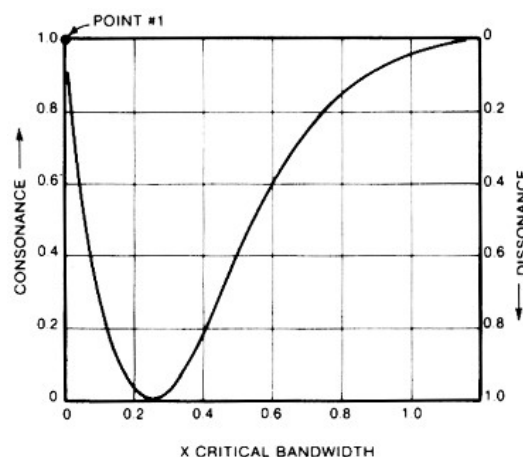
való ingadozása. Elsősorban a vonósok és énekesek eszköze. A vibrató frekvenciája és amplitúdója fontos, az előadó jó ízlésére bízott eszközök. Igen kifejezővé tehetik a melodikus történéseket, de a harmóniai élményt ronthatják, akár tönkre is tehetik.

Tremoló - egyik jelentése amplitúdómoduláció, egy adott hang erősségének periodikus változtatása, a másik a hang gyors ismétlése. Mindkettő hangszínmodosító hatású. Utóbbi esetben a hang megtelik egy tranziens-sorozattal.

Konsonancia - diszonzancia - kellemes és kellemetlen harmóniai élmény. A nyugati zene fejlődésének fontos jellemzője a hangközök és harmóniak térnyerése a melodikus történések mellett - eltérően a keleti zenétől. A hangközök megítélése nem egyforma, sőt a hangzások megítélése is jelentős változáson ment keresztül. Harmóniak konsonanciáját ezért leginkább a klasszikus zene keretében lehet akusztikai eszközökkel vizsgálni

A 9.6 ábra kísérleti személyek visszajelzései alapján mutatja a konsonancia mértékét két hang között, melyek frekvenciatávolságát változtatták. Látható, hogy a magas (konsonáns) értékeket az unisono-hoz, illetve a kritikus sáv szélességből kijutva jelezték vissza. Ez kb a nagyterc távolságában következik be. A kritikus sáv szélességen belül diszonzánsnak érezzük az együtthangzást, a 0 érték kb a kissetekundhoz esik.

Harmóniak konsonanciája bonyolultabb, a harmonikus felhangsor révén értelmezhető. Ha olyan hangok szólnak együtt az alaphanggal, melyek részei a felhangsornak, akkor nem érzünk ütközést. Ha azonban a felhangsor nem túl magas tagjaival a kritikus sávon belül kerülünk, akkor szintén a 9.6 ábra szerinti ütközés történhet.



9.6 ábra konsonancia-görbe

Együtthangzási jelenségek

Lebegés - az 1.3 ábránál említett jelenség, két közeli, f_1 és f_2 frekvenciájú rezgés együttes hatása egy váltakozó magasságú hang lesz, a magasság ingadozásának frekvenciája (f_2 a nagyobb):

$$f_{\text{lebegés}} = f_2 - f_1 \quad (9.1)$$

Zongoristák jól ismerhetik a jelenséget. Egy hanghoz tartozó két húr kis különbsége esetén zavaró ingadozás (tkp vibrató) érzékelhető. Zongorahangoláskor addig feszítik az egyik húrt, amíg a (9.1) frekvencia eltűnik. Vadnyugati filmek lehangelődött kocsmazongoráinak jellegzetes hangszínt ad.

Kombinációs hangok - hallószervünk bonyolult jelfeldolgozási adottságai - a fül ún. nemlineáris viselkedése - egy sor virtuális hangélményt eredményezhetnek. A fent említett hiányzó alaphang jelensége is ennek következménye. Van azonban több is.

Ha a (9.1)-ben a két frekvencia különbsége nő, akkor a lebegési frekvencia is nő. A magasság ingadozása helyett előbb durva berregés jelentkezik, majd a két frekvenciát elkezdjük különböző hangként érzékelni és mellettük egy növekvő magasságú különbségi hang jelentkezik.

A kombinációs hangok jelenségének köre azonban ennél bővebb. E hangokat először Giuseppe Tartini tanulmányozta, ezért időnként Tartini-hangoknak is nevezik őket. Ezek között nemcsak a (9.1) különbségi frekvencia szerepel, hanem $(2f_1 - f_2)$, $(3f_1 - 2f_2)$... stb. is. Két különböző frekvenciájú hang megszólaltatásakor esetenként a két frekvencia összege is hallható, habár ez ritka élmény. Végül megfelelő akusztikai körülmények között egy f frekvenciájú erős hang $2f$, $3f$, $4f$, ... stb felharmonikusai is megjelenhetnek a hallásunkban akkor is, ha fizikailag nincsenek jelen. Ez utóbbi virtuális hangokat nevezik aurális harmonikusoknak. A felsorolt jelenségek - a belső fül nemlineáris viselkedésének következményei - hozzájárulnak hangszínelményünkhöz.

10. Hangrendszerek

Az európai zene különböző hangrendszereinek közös alapelvei a következők:

1. Az oktáv-hangköz (2/1 frekvencia-arány) kitüntetett fontosságú, ezt kell kisebb lépésekre beosztani.
2. A hangsorlépések sem túl nagyok, sem túl kicsik nem lehetnek és nem lehetnek egyformák.
3. A hangsor tagjainak a harmonikus felhagsor tagjaihoz közel kell esniük.

Emlékeztető: a nagy C **harmonikus felhangspektruma** a felhangok sorszámaival:

C	c	g	c'	e'	g'	#a'	c''	d''	e''	#f''	g''	#g''
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

A továbbiakhoz a következőket kell szem előtt tartani:

- **Egy hangköz egy konkrét frekvencia-arányt jelent.** A fenti táblázatban a felhangok frekvenciái az alaphangénak egész számú többszörösei, tehát két felhang által alkotott hangköz a két felhang sorszámának hányadosával jellemezhető. A táblázatból láthatóan pl. a kvint aránya 3/2.
- **Két egymás utáni hangközlépéssel olyan hanghoz jutunk, melyet a két frekvencia-arány szorzata ad meg,** pl. két kvint lépés révén a kezdőhang frekvenciájának $(3/2) \times (3/2) = 9/4$ - szeres értékéhez jutunk, ld a fenti táblázatban a c' és d'', tehát a negyedik és kilencedik hangokat, melyek két kvint távolságra vannak egymástól.

Az első zenei teoretikus (sőt az első kísérleti fizikus): Pythagoras. Húrhosszúságok mérésével definiálta a hangközöket meghatározó arányszámokat. A húrhosszúságok nem a frekvenciával, hanem annak reciprokával (a hullámhosszal) arányosak, de ezzel ugyanúgy számolhatunk. Pythagoras felismerte a következő problémát: ha egy alaphangtól végighaladunk a kvintkörön, elérkezünk a kiindulási hang 7 oktávval magasabban fekvő megfelelőjéhez az alaphang frekvenciájának $(3/2)^{12}$ - szeresénél (u.i. 12-szer alkalmaztuk a kvinthangközre jellemző 3/2 frekvenciaarányt). Ezt a hangot a kiindulási hang 7-ik oktávjaként is képezhetjük, vagyis frekvenciájának 2^7 -szereseként. Ha azonban ennek frekvenciáját pontosan kiszámítjuk, akkor a kvintenként elért hangtól különböző értéket kapunk, vagyis ha a két említett módon kiszámított hang frekvenciáját elosztjuk egymással, eredményül nem egyet kapunk:

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{12}}{2^7} = \frac{3^{12}}{2^{18}} = \frac{\left(\frac{9}{8}\right)^6}{2} = 1,0136 \quad (10.1)$$

A két (a kvintenként és oktávonként elért) hang frekvenciájának aránya 1,0136, ez a **pythagorasi komma**. A hatványkifejezések átalakítása révén kapott $(9/8)^6/2$ kifejezés is érdekes, a 9/8 ugyanis a fenti táblázatból látható módon a nagyszekund frekvenciaaránya, tehát az említett kifejezés azt jelenti, hogy az ilyen egészhangokkal megtett hat lépés $((9/8)^6$ -szoros frekvencia) és az oktávugrás (2-szeres frekvencia) hányadosa szintén a pythagorasi komma. Ez felveti azt a kérdést, hogy a nyilvánvalóan legalapvetőbb hangköz - az oktáv - beosztható-e tiszta hangközökre és ha nem, akkor milyen kompromisszumot kell vagy lehet kötni. A legrégebb és legegyszerűbb európai hangsorok csak kevés - négy vagy öt - hangból állnak, ezeknél ez a dilemma nem jelentkezik, a problémát a diatonikus skála jelenti.

Az európai zenekultúra négy legfontosabb hangrendszere a következő elvek szerint alakult:

I. Pythagoras-hangrendszer. Az oktáv után a legfontosabb hangköz a kvint, ezért a hangsor e két hangköz felhasználásával épül fel. A nagyszekund a következő módon állítható elő: tegyünk két kvintugrást felfelé $((3/2)^2$ - szeres frekvencia) és egy oktávugrást lefelé (1/2 frekvencia):

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \quad (10.2)$$

vagyis megkapjuk a pontos 9/8 arányt. A kisszekund esete már érdekesebb, ehhez öt kvintugrást teszünk lefelé (itt tehát nem a 3/2 arányt használjuk hanem 2/3-ot), majd három oktávugrást felfelé:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times 2^3 = \frac{256}{243} = 1,0535 \quad (10.3)$$

Ha ez az arány kicsit nagyobb: (260/240) lenne akkor ez megfelelné a táblázat 13 és 12 felhangja közötti hangköznek, ezt talán tisztábbnak éreznénk, de a fenti értékkel kapunk pontosan 3/2-es kvintet három 9/8 -os és egy 256/243 -as lépés után. A hangrendszerben a kvart is tisztának adódik: egy kvint lefelé, egy oktáv felfelé: $(2/3) \times 2 = (4/3)$, továbbá ha teszünk öt nagyszekund és két kisszekund lépést, akkor megkapjuk a tiszta oktávot (számoljunk utána!).

Annyi probléma maradt, hogy a nagytercet nem érezzük tisztának, holott ez a legfontosabb harmóniaérzetet keltő hangköz, mivel az oktáv, kvint és kvart magában üresen hangzik. Lépünk két nagyszekundot felfelé: $(9/8)^2 = (81/64)$, ez a Pythagoras-rendszerbeli nagyterc, holott, mi a fenti táblázatban látható negyedik és ötödik felhang együtthangzását szeretjük nagytercként, vagyis az $(5/4) = (80/64)$ frekvenciaarányt. Ez a pythagorasi nagyterctől $(81/80)$ aránnyal tér el, ez már fülrel érzékelhető különbség, ez az ún **didymosi komma**.

II. Aristoxenos-hangrendszer. A didymosi komma kiküszöbölésére Aristoxenos azt javasolta, hogy a nagyterc legyen tiszta, ehhez a pythagorasi második nagyszekundot kisebbre vette, $(9/8)$ helyett $(10/9)$ értékűre, a $(256/243)$ frekvenciaarányú pythagorasi kisszekundot pedig kibővítette $(16/15)$ arányúra. Ha így lépkedünk felfelé, akkor:

$$\frac{9}{8} \times \frac{10}{9} \times \frac{16}{15} = \frac{4}{3} \quad (10.4)$$

eljutunk a tiszta kvartig, majd ugyanezt a tetrakordot felépítjük a tiszta kvinttől (mely a kvarttól $(9/8)$ -nyi távolságra van) és eljutunk a tiszta oktávig. A különbség csak annyi, hogy a kvintről induló tetrakordban a $(9/8)$ és $(10/9)$ lépéseket felcseréljük, mert ebben az esetben kapunk olyan rendszert, ahol az 1, 4 és 5 fokra épülő hármashangzatok tiszták. A hangsor tehát a következő:

$$\frac{9}{8} \times \frac{10}{9} \times \frac{16}{15} \times \frac{9}{8} \times \frac{10}{9} \times \frac{9}{8} \times \frac{16}{15} \quad (10.5)$$

a skála fokai: 1 2 3 4 5 6 7 8

III. Középhangú temperálás. Az aristoxenosi rendszer két különböző nagyszekundja zavaró, ha modulálni szeretnénk, a kvintről induló tetrakord nagyszekund-sorrendje hallhatóan különbözik az első fokról indulóéna, ugyanez a helyzet, ha két kvinttel kerülünk távolabb (C-dűrből D-dűrbe). A reneszánszban született megoldás az, hogy a nagyterc $5/4$ frekvenciaarányát két teljesen egyforma részre bontjuk, ez pedig az $5/4$ négyzetgyöke, jelölésben $(5/4)^{1/2}$ (ugyanis ezt önmagával megszorozva kapunk $5/4$ -et). A kisszekundot pedig az szabja meg, hogy 5 ilyen nagyszekund lépésnek (a nagyszekund ötödik hatványának) és két megfelelő nagyságú kisszekund lépésnek (vagyis a keresett kisszekund-frekvenciaarány négyzetének) szorzatának pontosan kettőt kell adnia, vagyis az oktáv frekvenciaarányát. A nagy-és kisszekundot nsz és ksz-szel jelölve képletben: $nsz^5 \times ksz^2 = 2$, vagyis a kisszekund frekvenciaarányát úgy kapjuk meg, hogy az oktávot elosztjuk öt nagyszekunddal, így megkapjuk két kisszekund frekvenciaarányát, amiből négyzetgyököt vonunk:

$$\left(\frac{2}{(5/4)^{5/2}} \right)^{1/2} = \frac{8}{5} \left(\frac{1}{5} \right)^{1/4} = 1,06998 \quad (10.6)$$

Emlékeztető: az $1/4$ hatványkitevő a negyedik gyököt jelöli, az $5/2$ pedig a négyzetgyök ötödik hatványát.

Most már egyforma nagy- és kisszekundjaink vannak és tiszta nagytercünk, de ez újabb gonddal jár, a kvintek nem lesznek tiszták, tehát $3/2$ értékűek. Lépünk a fenti nagyszekunddal hármat és a fenti kisszekunddal egyet, a kapott kvint:

$$\left(\frac{5}{4} \right)^3 \frac{8}{5} \left(\frac{1}{5} \right)^4 = 5^{1/4} = 1,4953 \quad (10.7)$$

egy kicsivel kisebb, mint az 1,5 értékű tiszta kvint, viszont triviálisan pontos nagytercet ad, hiszen négy ilyen kvintugrás (az érték negyedik hatványa, mellyel pl a c'-ről e"-re jutunk) pontosan ötszörös frekvenciát ad és erről két oktávval visszaugorva (ezt 4-gyel osztva) megkapjuk a pontos $5/4$ értéket. A pontos kvintnek és e szűkebb kvintnek a hányadosa:

$$\frac{3}{2} \frac{8}{5} = \left(\frac{81}{80} \right)^{1/4} \quad (10.8)$$

vagyis a fentebb megismert didymosi komma negyedik gyöke, más szóval e hangköz egynegyede. Ezért ezt negyedkommás középhangú temperálásnak is nevezik.

Ezzel általában ki lehet egyezni, de nézzük, mi a helyzet a pythagorasi kvintkörrel. Tegyük ezzel a szűkebb kvinttel 11 ugrást és nézzük meg, hogy mennyire van a hetedik oktávtól:

$$\frac{2^7}{5^{11/4}} = 1,5312 \quad (10.9)$$

A 12-ik kvint már tűrhetetlenül nagyobb, mint a tiszta kvint, az 1,5-től való eltérés mértéke több mint hat és félszerese a (10.7) tiszta értéktől való eltérésének. Ez a "farkaskvint". A középhangú temperálással hangolt klaviatúrán tehát bizonyára lesz egy olyan hármashangzat, mely rettenetesen szól, de ha ez messze esik a C-dűrtől (pl az Asz-dúr) akkor el lehet kerülni.

IV. Egyenletes temperálás Ennyi próbálkozás után szinte kínálkozott az a megoldás, hogy az eddigiektől eltérően az oktáv mellett ne a kvint, nagyterc vagy a nagyszekund legyen a kulcsszereplő, hanem a kisszekund. Osszuk be az oktávot 12 egyenlő részre - kisszekundra - és nézzük meg, hogyan alakulnak a számunkra fontos hangközök. A kisszekund frekvenciaaránya:

$$2^{1/12} = 1,059463 \quad (10.10)$$

vagyis a 2 tizenkettedik gyöke. Ez két félhangnyira lévő hang frekvenciájának aránya. Itt érdemes definiálni a következő hangközfogalmat is:

Cent - a félhang századrésze, frekvenciaarányal kifejezve:

$$2^{1/1200} = 1.0005777895 \quad (10.11)$$

vagyis a kettő ezerkétszázadik gyöke. A cent a hangközmérés szabványos egysége, használata olyan, mint a hangközöké, tehát hangközlépéseknél a cent-értékek összeadódnak, a frekvenciaarányokat viszont szorozni kell, az oktáv ezerkétszáz cent-lépést jelent.

A frekvenciaarány átszámítása cent-értékre a következőképpen történik. Ha van egy f_1 frekvenciájú hang és keressük a tőle n centnyi távolságra lévő f_2 frekvenciáját, azt így írhatjuk fel:

$$f_2 = f_1 \cdot 2^{\frac{n}{1200}} \quad (10.12)$$

ennek átalakításaként, ha ismerünk két, f_1 és f_2 frekvenciájú hangot, ezek távolsága centben:

$$n = 1200 \times \log_2 \left(\frac{f_2}{f_1} \right) = 1200 \times \frac{\log_{10} \left(\frac{f_2}{f_1} \right)}{\log_{10} 2} = 3986 \times \log_{10} \frac{f_2}{f_1} \quad (10.13)$$

A tizenkétfokú skála rendkívül fontos előnyöket kínál egy néhány csekély kompromisszumért cserébe. A legfontosabb, hogy ebben gyakorlatilag nincs korlátozás a modulációkra, minden hangnem egyforma tisztaságú. A másik előny, hogy a darabok transzponálhatók.

Használhatóságának első demonstrációja a zongorairodalom egyik alpműve, Bach Wohltemperiertes Klavier c. kétkötetes műve, melyekben mind a 12 dúr és moll hangnemben szerepel egy prelúdium és fuga.

Ajánlott olvasmány, akinek ennyi jó kevés: Tarnóczy T. Zenei Akusztika 210-228 o. azzal a megjegyzéssel, hogy a 118 ábra c. sorában a kisszekund matematikai kifejezése hibás, (a negyedik gyök jel alatt 5 szerepel 1/5 helyett) illetve a 224 oldal 11. sorában a középtemperálású kvint frekvenciaaránya is hibás adat. Különösen tanulságos a 225 oldalon szereplő XVII táblázat tanulmányozása, az egyvonalas oktáv hangjainak frekvencia szerinti összehasonlítása a négy hangrendszerben.